Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»
Уфимский авиационный техникум

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
А.Н. Елизарьев
«16» 06 2020г.

Рабочая программа учебной дисциплины

ОУД.03 Математика

Наименование специальности

09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям)

Квалификация выпускника

Техник-программист

Базовая подготовка
Форма обучения: очная

Уфа, 2020

Рабочая программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее СПО) 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям), утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 13.08.2014 №1001.

Организация-разработчик: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уфимский государственный авиационный технический университет» Уфимский авиационный техникум.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математика

1.1. Область применения рабочей программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью программы подготовки специалистов среднего звена (далее – ППССЗ) в соответствии с ФГОС по специальности СПО 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям).

1.2. Место учебной дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена:

Дисциплина входит в общеобразовательный цикл ППССЗ учебного плана по специальности среднего профессионального образования 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям).

1.3. Цели и задачи учебной дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение обучающимися следующих результатов:

личностных:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;

- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

1.4. Рекомендуемое количество часов на освоение примерной программы учебной дисциплины:

максимальной учебной нагрузки обучающегося 351 час, в том числе:

обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 234 часа;

самостоятельной работы обучающегося 109 часов;

консультаций 8 часов.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	*Объем часов*	
	1 семестр	*2 семестр*
Максимальная учебная нагрузка (всего)	***144***	***207***
Обязательная аудиторная учебная нагрузка	***96***	***138***
в том числе:		
практические занятия	*20*	*30*
Самостоятельная работа обучающегося Подготовка выступлений по теме «Математика и НТП» Выполнение домашних заданий на приближённые вычисления и решение прикладных задач Решение текстовых задач на составление уравнений и систем уравнений Решение прикладных задач Выполнение домашних заданий на применение свойств функций и построение графиков с помощью преобразований Графическое решение уравнений и неравенств Выполнение домашних заданий на применение свойств тригонометрических функций Решение прикладных задач Решение прикладных задач Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве Правильные и полуправильные многогранники. Конические сечения и их применение в технике Вписанные и описанные многогранники Изготовление моделей многогранников и тел вращения. Выполнение измерений и вычислений их объёмов и площадей поверхностей Решение задач на перебор вариантов Понятие о законе больших чисел. Решение практических задач с применением вероятностных методов	***44***	***65***
Консультации	***4***	***4***
Итоговая аттестация	*экзамен*	*экзамен*

2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины Математика

Наименование разделов и тем		Содержание учебного материала, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Уровень освоения
1		2	3	4
Введение		Математика и НТП. Понятие о математическом моделировании. Роль математики в подготовке специалистов	**2**	1
Раздел 1. Алгебра			**94**	
Тема 1.1. Развитие понятия о числе		Содержание учебного материала	6	
	1	История развития понятия числа. Действительные числа	2	2
	2	Десятичные приближения действительных чисел. Абсолютная и относительная погрешности. Запись приближённых чисел	2	2
	3	Погрешности вычислений с приближёнными данными	2	2
		Практические занятия	2	
		Примеры решения прикладных задач со строгим учётом погрешностей. Вычисления с наперёд заданной точностью		
		Самостоятельная работа Подготовка выступлений по теме Математика и НТП Выполнение домашних заданий на приближённые вычисления и решение прикладных задач	4	
Тема 1.2. Уравнения, неравенства, системы		Содержание учебного материала	16	
	1	Линейные уравнения и неравенства с одной переменной. Системы линейных неравенств с одной переменной	2	2
	2	Уравнения и неравенства с одной переменной, содержащие переменную под знаком модуля	2	2
	4	Понятие определителей второго и третьего порядка. Решение систем линейных уравнений методом Крамера	2	2
	5	Решение квадратных уравнений и уравнений, приводимых к ним. Разложение квадратного трёхчлена на множители	2	2
	6	Графическое решение квадратных неравенств	1	2
	7	Иррациональные уравнения и неравенства с одной переменной	1	2

	8	Нелинейные системы уравнений и неравенств с двумя переменными	2	2
	Практические занятия			
	Решение систем линейных уравнений		2	
	Графическое решение квадратных неравенств		1	
	Решение иррациональных уравнений и неравенств		1	
	Самостоятельная работа Решение текстовых задач на составление уравнений и систем уравнений		8	
Тема 1.3. Корни, степени, логарифмы	Содержание учебного материала		12	
	1	Корни натуральной степени из числа и их свойства. Действия с корнями	2	2
	2	Степень с рациональным показателем, её свойства Решение примеров на все действия со степенями	2	2
	3	Логарифмы и их свойства. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы	2	2
	4	Логарифмирование и потенцирование выражений	2	2
	5	Формула перехода от одного основания логарифма к другому	2	2
	Практические занятия			
	Преобразование алгебраических выражений, содержащих степени и корни		1	
	Вычисление логарифмов. Преобразование логарифмических выражений		1	
	Самостоятельная работа Решение прикладных задач		6	
Тема 1.4. Функции, их свойства и графики	Содержание учебного материала		20	
	1	Числовая функция. График функции. Простейшие преобразования графиков функции	2	2
	2	Построение графиков с помощью преобразований	2	2
	3	Свойства функции: монотонность, ограниченность, чётность и нечётность, периодичность. Обратные функции	2	2
	4	Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними	2	2
	5	Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций	2	2
	6	Теоремы о пределах функций. Правила вычисления пределов в точке	2	2
	7	Предел функции в бесконечности. Правила вычисления пределов в бесконечности	2	2

	8	Бесконечная числовая последовательность. Предел числовой последовательности Число е. Замечательные пределы	3	2
	Практические занятия			
	Нахождение областей определения функций, построение графиков		1	
	Вычисление пределов		1	
	Решение задач по теме: Функции, их свойства и графики		1	
	Самостоятельная работа Выполнение домашних заданий на применение свойств функций и построение графиков с помощью преобразований		10	
Тема 1.5. Степенные, показательные и логарифмические функции	Содержание учебного материала		14	
	1	Степенная функция, её графики и свойства	2	2
	2	Показательная функция, её графики и свойства	2	2
	3	Логарифмическая функция, её графики и свойства	2	2
	4	Показательные уравнения и неравенства	2	2
	5	Логарифмические уравнения и неравенства	2	2
	Практические занятия			
	Решение показательных уравнений и неравенств		2	
	Решение логарифмических уравнений и неравенств		2	
	Самостоятельная работа Графическое решение уравнений и неравенств		7	
Тема 1.6. Тригонометрические функции	Содержание учебного материала		24	
	1	Тригонометрические функции числового аргумента, их знаки, числовые значения	2	2
	2	Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента	1	2
	3	Тригонометрические функции $y = \sin x, y = \cos x$, их графики и свойства	1	2
	4	Тригонометрические функции $y = tgx, y = ctgx$, их графики и свойства	1	2
	5	Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа. Простейшие тригонометрические уравнения	2	2
	6	Решение тригонометрических уравнений	2	2
	7	Простейшие тригонометрические неравенства	2	2
	8	Формулы приведения	2	2
	9	Тригонометрические функции суммы и разности двух аргументов, удвоенного и	3	2

		половинного аргументов		
	10	Преобразование произведения тригонометрических функций в алгебраическую сумму. Преобразование суммы и разности двух одноимённых тригонометрических функций в произведение	2	2
	Практические занятия			
	Применение соотношений между функциями одного аргумента		1	
	Построение графиков тригонометрических функций		1	
	Решение тригонометрических уравнений и неравенств		1	
	Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения, сложения, удвоенного и половинного аргументов		1	
	Самостоятельная работа Выполнение домашних заданий на применение свойств тригонометрических функций		8	
	Консультации		4	
Раздел 2. Начала математического анализа			**46**	
Тема 2.1. Производная и её приложения	Содержание учебного материала		24	
	1	Производная функции, её геометрический и физический смысл Физические и геометрические приложения производной	2	2
	2	Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций	2	2
	3	Производная степени с произвольным показателем Правило дифференцирования сложной функции	2	2
	4	Производные показательной и логарифмической функций	2	2
	5	Производные тригонометрических и обратных тригонометрических функций	2	2
	6	Дифференциал функции и его геометрический смысл	2	2
	7	Условия возрастания и убывания функции	2	2
	8	Экстремум функции. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке	2	2
	9	Вторая производная и её физический смысл. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной	2	2
	10	Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты	2	2
	Практические занятия			
	Нахождение производных функций		1	

	Приложения дифференциала к приближённым вычислениям		1	
	Исследование функций и построение графиков		2	
	Самостоятельная работа Решение прикладных задач		10	
Тема 2.2. Интеграл и его приложения	Содержание учебного материала		22	
	1	Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства.	2	2
	2	Основные формулы интегрирования. Непосредственное интегрирование.	2	2
	3	Геометрические и физические приложения неопределённого интеграла	1	2
	4	Интегрирование методом замены переменной	2	2
	5	Интегрирование по частям. Интегрирование некоторых тригонометрических функций	3	2
	6	Определённый интеграл и его геометрический смысл Основные свойства определённого интеграла	2	2
	7	Методы интегрирования для вычисления определённого интеграла Вычисление определённого интеграла методами замены переменной, по частям	2	2
	8	Применение определённого интеграла для вычисления площадей плоских фигур	2	2
	Практические занятия			
	Геометрические и физические приложения неопределённого интеграла		1	
	Нахождение неопределённого интеграла		1	
	Вычисление определённого интеграла		2	
	Вычисление площадей плоских фигур		2	
	Самостоятельная работа Решение прикладных задач		9	
Раздел 3. Геометрия			**94**	
Тема 3.1. Координаты и векторы	Содержание учебного материала		10	
	1	Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по направлениям. Скалярное произведение векторов и его свойства	2	2
	2	Прямоугольные (декартовы) системы координат. Операции над векторами, заданными своими координатами на плоскости и в пространстве	2	2
	3	Формулы для вычисления длины вектора, расстояния между двумя точками,	2	2

		скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление угла между двумя векторами		
	4	Движение и параллельный перенос в пространстве	2	2
	Практические занятия			
	Решение задач с применением векторов		2	
	Самостоятельная работа Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач		5	
Тема 3.2. Прямые и плоскости в пространстве	Содержание учебного материала		22	
	1	Основные понятия и аксиомы стереометрии, следствия из аксиом	2	2
	2	Параллельность двух прямых в пространстве	2	2
	3	Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости	2	2
	4	Параллельность плоскостей. Признак параллельности двух плоскостей. Теоремы о параллельных плоскостях	2	2
	5	Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости	2	2
	6	Свойства перпендикулярности прямой и плоскости	2	2
	7	Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах	2	2
	8	Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя плоскостями	2	2
	19	Перпендикулярность двух плоскостей. Расстояние между скрещивающимися прямыми	2	2
	10	Параллельное проектирование и его свойства. Площадь ортогональной проекции	2	2
	Практические занятия		1	
	Решение задач на свойства параллельности прямых и плоскостей			
	Решение задач по теме «Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах»		1	
	Самостоятельная работа Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве		11	
Тема 3.3. Многогранники	Содержание учебного материала		18	
	1	Многогранные углы. Понятие о многограннике	1	2
	2	Призма. Виды призм	2	2
	3	Изображение призмы и построение её сечений	1	2

	4	Параллелепипед, свойства параллелепипеда	2	2
	5	Прямоугольный параллелепипед, его свойства	1	2
	6	Пирамида. Построение пирамиды и её плоских сечений	2	2
	7	Свойство параллельных сечений в пирамиде. Усечённая пирамида	2	2
	8	Правильная пирамида	2	2
	9	Правильные многогранники	1	2
	Практические занятия:		2	
	Решение задач на свойства призмы, параллелепипеда			
	Решение задач на свойства пирамиды		2	
	Самостоятельная работа Правильные и полуправильные многогранники. Конические сечения и их применение в технике		9	
Тема 3.4. Тела и поверхности вращения	Содержание учебного материала		10	
	1	Цилиндр. Сечения цилиндра плоскостями Вписанная и описанная призмы	2	2
	2	Конус. Сечения конуса плоскостями. Вписанная и описанная пирамиды	2	2
	3	Шар. Сечение шара плоскостью. Симметрия шара	2	2
	4	Касательная плоскость к шару. Пересечение двух сфер. Вписанные и описанные многогранники	2	2
	Практические занятия			
	Решение задач на нахождение элементов цилиндра, конуса, усечённого конуса		1	
	Решение задач по теме «Шар, сечение шара плоскостью»		1	
	Самостоятельная работа Вписанные и описанные многогранники		5	
Тема 3.5. Объёмы и площади поверхностей геометрических тел	Содержание учебного материала		16	
	1	Понятие объёма и площади поверхности геометрических тел. Объёмы параллелепипеда, призмы	2	2
	2	Объёмы пирамиды, усечённой пирамиды	2	2
	3	Объём цилиндра. Площади боковой и полной поверхностей цилиндра	2	2
	4	Объёмы конуса, усечённого конуса. Площади боковой и полной поверхностей конуса, усечённого конуса	2	2
	5	Общая формула для объёмов тел вращения. Объём шара и его частей.	2	2

	6 Площадь сферы и сферической части поверхности шарового сектора	2	2
	Практические занятия Вычисление объёмов многогранников	2	
	Вычисление объёмов и площадей поверхностей тел вращения	2	
	Самостоятельная работа Изготовление моделей многогранников и тел вращения. Выполнение измерений и вычислений их объёмов и площадей поверхностей	8	
Раздел 4. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей		**18**	
Тема 4.1. Элементы комбинаторики	Содержание учебного материала	4	
	1 Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчёт числа размещений, перестановок, сочетаний	1	2
	2 Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля	1	1
	Практическое занятие Решение практических задач с применением элементов комбинаторики	2	
	Самостоятельная работа Решение задач на перебор вариантов	3	
Тема 4.2. Элементы теории вероятностей и математической статистики	Содержание учебного материала	12	
	1 Предмет теории вероятностей. Понятие о случайном событии, виды случайных событий. Классическое определение вероятности события	2	2
	2 Теоремы сложения и умножения вероятностей	2	2
	3 Формула полной вероятности. Формула Бернулли	3	2
	4 Дискретная случайная величина. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание и дисперсия	3	2
	Практическое занятие Вычисление вероятностей событий	2	
	Решение практических задач с применением вероятностных методов	2	
	Самостоятельная работа Понятие о законе больших чисел. Решение практических задач с применением вероятностных методов	6	

	Консультации	4	
	Обязательная аудиторная учебная нагрузка	**234**	
	Внеаудиторная самостоятельная работа	**109**	
	Консультации	**8**	
	Максимальная учебная нагрузка	**351**	

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:
1. – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Методические указания по проведению практического занятия № 1 Прикладные задачи со строгим учётом погрешностей. Вычисления с наперёд заданной точностью.

<u>Цель работы:</u>
Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Погрешности вычислений с приближенными данными».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.
2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические рекомендации.

Если x - точное значение числа, a – приближённое значение, то $x \approx a$.

Разность x – a между точным и приближённым значением числа называется погрешностью приближения.

Модуль разности между точным и приближённым значением числа называется абсолютной погрешностью приближения $\Delta a = |x - a|$.

Некоторая цифра приближённого числа считается верной, если его абсолютная погрешность

Δa не превышает единицы того разряда, в котором стоит эта цифра. В противном случае цифра называется сомнительной.

Пример.

a = 945,673 ± 0,03

6 – цифра десятых долей, Δa = 0,03

Проверяем: 0,03 < 0,1 – верное неравенство, значит 6 – верная цифра. Цифры, стоящие перед 6 тоже верные.

7 – цифра сотых долей

Проверяем: 0,03 < 0,01 – нет, значит 7 – сомнительная цифра.

Значащими цифрами десятичной дроби называют все её цифры, кроме нулей, расположенных левее первой, отличной от нуля цифры

Значащими цифрами целого числа называют все его цифры, кроме нулей, расположенных в конце числа, если они стоят взамен неизвестных или отброшенных цифр.

0,<u>712</u> - 3 значащие цифры.

<u>45,03</u> – 4 значащие цифры

0,0016 - 2 значащие цифры

Относительной погрешностью приближённого значения числа a называется отношение абсолютной погрешности этого числа к модулю приближённого значения. $\sigma = \frac{\Delta a}{|a|} * 100\%$

Правила подсчёта цифр:

При сложении и вычитании приближённых чисел в результате сохраняют столько десятичных знаков, сколько их в наименее точном числе.

При умножении и делении приближённых чисел в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их в числе с наименьшим количеством значащих цифр.

При возведении в степень в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их в основании степени.

При извлечении корня сохраняют столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении.

При выполнении промежуточных действий оставляют на один знак больше, чем требуют правила, а в результате запасной знак округляют.

Если в вычислениях точность задана заранее, то вычисления ведут с запасным знаком, который в результате округляют

1 вариант.

1 **задание.** Установить число значащих цифр в числе: а) 649 ; б) 0,01405; в) 347|51≈ ; г) 24321≈

2 задание. Определить верные и сомнительные цифры чисел

а) а = 85,263 ± 0,0084 б) х = 729,3 ± 1

3 задание. Вычислить значение выражений с оценкой погрешностей, если все числа даны с верными цифрами.

а) 645,27 + 102,234 + 715,645 + 10,2 б) 96,891 – 4,25

4 задание. Округлить число до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности приближения : 23,263

2 вариант.

1 **задание.** Установить число значащих цифр в числе: а) 43,08; б) 0,0298 ; в) 353|617≈ ; г) 25|213 ≈

2 задание. Определить верные и сомнительные цифры чисел

а) х = 14,28 ± 0,05 б) а = 749,3 ± 1

3 задание. Вычислить значение выражений с оценкой погрешностей, если все числа даны с верными цифрами.

а) 12030 + 645,29 + 748,5 + 1625,375 б) (0,17 + 0,2445)

4 задание. Округлить число до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности приближения: 0,892

Методические указания по проведению

практического занятия № 2

Уравнения, неравенства, системы

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Уравнения, неравенства, системы».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Графическое решение систем уравнений

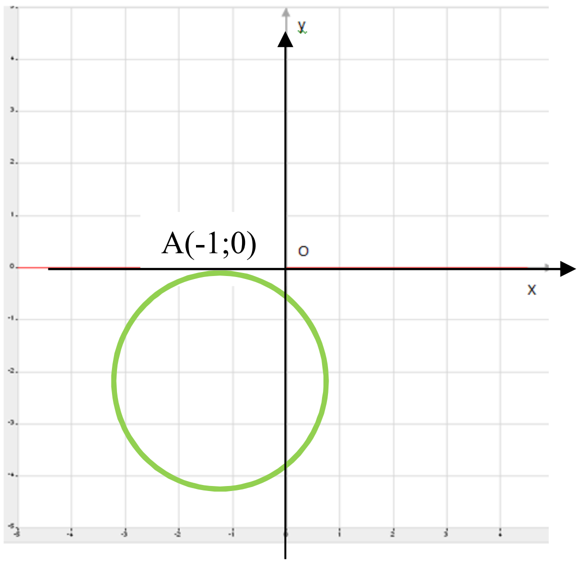
Решить графически систему уравнений - это значит найти координаты общих точек графиков уравнений, построенных в одной системе координат.

Пример

$$\begin{cases}(x+1)^2+(y+2)^2=4\\ y=0\end{cases}$$

1. $\{\ (x+1)^2+(y+2)^2=4$ - уравнение окружности с центром в точке с координатами (-1;-2) и радиусом r = 2

2. y = 0 – уравнение оси Ох



Общая точка:

A(-1:0), значит

x = -1, y = 0.

Проверка:

x=-1, y=0, то система примет вид:

$$\begin{cases}(-1+1)^2+(0+2)^2=4\\ y=0\end{cases},\quad \begin{cases}0^2+2^2=4\\ y=0\end{cases},\quad \begin{cases}4=4\\ y=0\end{cases}$$

Значит, (-1;0) решение системы

Ответ: (-1;0)

Графическое решение системы неравенств

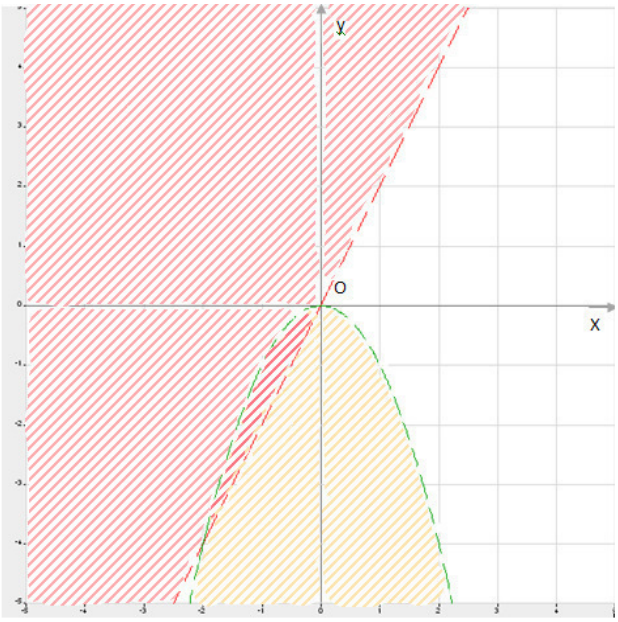
Решить графически систему неравенств – это значит найти область решений, координаты которой будут удовлетворять обеим неравенствам.

Пример

$\begin{cases} x^2 + y \prec 0 \\ y - 2x \succ 0, \end{cases}$ $\begin{cases} y \prec -x^2 \\ y \succ 2x \end{cases}$

у = х^2 - квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вниз

у = 2х - линейная функция, график – прямая



1. А(0;-1), неравенство примет вид:

   0-1<0(истинно) , значит координаты всех точек внутренней области параболы без границы являются решениями первого неравенства.

2. В(-1;0), неравенство примет вид:

   0+2>0(истинно), значит координаты всех точек области над прямой без границы являются решениями второго неравенства.

Вывод: Т.о, координаты всех точек во внутренней области параболы, но лежащие выше прямой без границы являются решениями системы неравенств.

1 вариант.

1. Решить систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x - y = 1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - xy + y^2 = 52 \end{cases}$

2. Решить систему неравенств: $\begin{cases} 5(1-2x) > 12 - \dfrac{4x+3}{2}, \\ 1 + x < \dfrac{8-x}{3} - \dfrac{2-x}{4} \end{cases}$

3. Решить графически систему уравнений: $\begin{cases} y - \sqrt{x} = 1, \\ x \cdot y = 1 \end{cases}$

4. Решить графически систему неравенств: $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 9, \\ x - y \ge 3 \end{cases}$

2 вариант.

1. Решить систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 84, \\ x - y = 14 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = -2, \\ x^2 + 2xy + y^2 = 1 - xy \end{cases}$
2. Решить систему неравенств: $\begin{cases} \dfrac{x+1}{5} - \dfrac{x+2}{4} < \dfrac{x-3}{3} + \dfrac{x-4}{2}, \\ \dfrac{x-2}{3} > 1 + \dfrac{x-5}{15} \end{cases}$
3. Решить графически систему уравнений: $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y + x = 2 \end{cases}$

4. Решить графически систему неравенств: $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 4, \\ x - y \le 2 \end{cases}$

Методические указания по проведению

практического занятия № 3

Преобразование алгебраических выражений, содержащих степени и корни

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Преобразование алгебраических выражений, содержащих степени и корни**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Если n – натуральное число, m – целое число и частное $-\dfrac{m}{n}$ является целым числом, то при a > 0 справедливо равенство $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

<u>Пример</u>

$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8$

Для любых рациональных чисел p и q и a >0 и b >0 верны равенства:

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
2. $a^p : a^q = a^{p-q}$
3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$
4. $(ab)^p = a^p \cdot a^q$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^{p}=\frac{a^{p}}{b^{p}}$

6. Если а $\neq 0$, то а $^{0}=1$

Пример

$8^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}}-16:16^{\frac{3}{4}}+\left(9^{\frac{1}{7}}\right)^{\frac{7}{2}}=8^{\frac{2}{3}}-16^{\frac{1}{4}}+9^{\frac{1}{2}}=(2^{3})^{\frac{2}{3}}-\left(2^{4}\right)^{\frac{1}{4}}+\left(3^{2}\right)^{\frac{1}{2}}=2^{2}-2+3=4-2+3=5$

$\mathbf{16^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{16^{3}}=\sqrt[4]{2^{12}}=2^{3}=8}$

$\mathbf{7^{\frac{5}{4}}=\sqrt[4]{7^{5}}=\sqrt[4]{7^{4}7}=7\sqrt[4]{7}}$

$\mathbf{27^{-\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{27^{2}}=\sqrt[3]{3^{6}}=\sqrt[3]{(3^{2})^{3}}=3^{-2}=\frac{1}{9}}$

Вариант 1.

1. **Вычислить:** а) $27^{\frac{2}{3}}$; б) $9^{\frac{2}{3}}:9^{\frac{1}{6}}$; в) $150^{\frac{3}{2}}:6^{\frac{3}{2}}$; г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+810000^{0,25}-\left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$

2. **Представить в виде степени с рациональным показателем:** а) $a^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{a}$; б) $a^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{a}$;

3. **Вычислить:** а) $3^{1+2\sqrt[3]{2}}:9^{\sqrt[3]{2}}$; б) $\left(25^{1+\sqrt{2}}-5^{2\sqrt{2}}\right)\cdot 5^{-1-2\sqrt{2}}$;

4. **Сравнить числа:** а) $2^{\sqrt{3}}$ или $2^{1,7}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,7}$; в) $0,88^{\frac{1}{6}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$ г) $\left(\frac{1}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ или $(0,41)^{-\frac{1}{4}}$

5. **Упростить выражение:** а) $\dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}$;

б) $\dfrac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{4}{9}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}$

2 вариант

1. **Вычислить:** а) $81^{\frac{3}{4}}$; б) $4^{\frac{1}{3}}:4^{\frac{5}{6}}$; в) $144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}$; г) $(0,001)^{-\frac{1}{3}}-2^{-2}\cdot 64^{\frac{2}{3}}-8^{-1\frac{1}{3}}$

2. **Представить в виде степени с рациональным показателем:** а) $b^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{b}$; б) $b^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{b}$

3. Вычислить: а) $5^{1+2\sqrt[3]{2}} : 25^{\sqrt[3]{2}}$; б) $\left(2^{2\sqrt{3}} - 4^{\sqrt{3}-1}\right)\cdot 2^{-2\sqrt{3}}$;

4. Сравнить числа: а) $3^{1,4}$ или $3^{\sqrt{2}}$ б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,4}$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$; в) $0{,}88^{\frac{1}{7}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{7}}$ г) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{3}}$ или $(0{,}41)^{-\frac{1}{3}}$

5. Упростить выражение: а) $\dfrac{b^{\frac{4}{3}}\left(b^{-\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)}{b^{\frac{1}{4}}\left(b^{\frac{3}{4}} + b^{-\frac{1}{4}}\right)}$;

б) $\dfrac{b^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{4}{9}}}{b^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{5}{4}}} - \dfrac{a^{-\frac{1}{2}} - a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}}$

Методические указания по проведению практического занятия № 4

Вычисление логарифмов. Преобразование логарифмических выражений

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Вычисление логарифмов. Преобразование логарифмических выражений**».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Логарифмом числа b по основанию a, где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.

Примеры

1. $\log_5 25 = 2,\ т.к.\quad 5^2 = 25$
2. $\log_3 3 = 1,\quad т.к.\quad 3^1 = 3$

Определение логарифма можно записать так $a^{\log_a b} = b$. Его называют основным логарифмическим тождеством.

При преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений применяют свойства логарифмов.

Свойства

1. $\log_a(b\cdot c)=\log_a b+\log_a c$

2. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right)=\log_a b-\log_a c$

3. $\log_a b^r=r\cdot\log_a b$

4. $\log_{a^p} b=\frac{1}{p}\cdot\log_a b$

Формула перехода к другому основанию: $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут lg b вместо $\log_{10}$ b

$\log_{10}$ b= lg b

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e, где e - иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут ln b вместо $\log_e$ b, т.е. $\log_e$ b = ln b

Действие нахождения логарифма числа называется логарифмированием.

Действие, обратное логарифмированию называется потенцированием.

Примеры

1) $\log_6 18+\log_6 2=\log_6 36=2$

2) $\log_{12} 48-\log_6 4=\log_{12} 12=1$

3) $\log_3 3^{\frac{1}{7}}=\frac{1}{7}\log_3 3=\frac{1}{7}$

Задача. Вычислить $\log_5\sqrt{3}-\frac{1}{2}\log_5 12+\log_5 50=\log_5\frac{50\sqrt{3}}{\sqrt{12}}=\log_5 25=2$

1 вариант.

1. **Вычислить:** а) $9^{2\log_3 5}$; б) $2\log_{\frac{1}{3}} 6-\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400+3\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{45}$; в) $\frac{\log_2 24-\frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18-\frac{1}{3}\log_3 72}$

2. **Найти х по данному логарифму :** $\lg x=2\lg 2+\lg(a+b)+\lg(a-b)$

3. **Прологарифмировать выражение:** $x=a^3b^2\sqrt{c}$

4. **Решить уравнение:** $\log_9 x^2+\log_{\sqrt{3}} x=3$

5. **При каких значениях х имеет смысл выражение:** $\log_6(49-x^2)$

2 вариант.

1. **Вычислить:** а) $3^{5\log_3 2}$; б) $\frac{1}{2}\log_7 36-\log_7 14-3\log_7\sqrt[3]{21}$; в) $\frac{\log_7 14-\frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30-\frac{1}{2}\log_6 150}$

2. **Найти х по данному логарифму :** $\log_{\frac{1}{2}} x=\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} a-\frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}} b$

3. **Прологарифмировать выражение:** $x = \dfrac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$

4. **Решить уравнение:** $\log_3 x = 9\log_{27} 8 - \log_3 4$

5. **При каких значениях х имеет смысл выражение:** $\log_7 \left(x^2 + x - 6\right)$

Методические указания по проведению практического занятия № 6

Нахождение областей определения функций, построение графиков

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Нахождение областей определения функций, построение графиков**».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Областью определения функции называют множество всех значений, которые может принимать её аргумент (переменная х)

Если функция задана формулой, то принято считать, что она определена при всех тех значениях аргумента, при которых эта формула имеет смысл, т.е выполнимы все действия, указанные в выражении, стоящем в правой части формулы.

Множеством значений функции называется множество всех значений, которые принимает функция (переменная у)

Пример Найти область определения функции $y = \sqrt{x+1}$

Решение: обл. опр. х + 1 ≥ 0

х ≥ -1

Ответ: $D(y)$: х ≥ -1

Функция $y = f(x)$ называется чётной, если для всех $x \in D(f)$ выполняется равенство $f(-x) = f(x)$

Функция $y = f(x)$ называется нечётной, если для всех $x \in D(f)$ выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$

Пример. Определить, является ли функция чётной или нечётной $f(x) = x \cdot \sin x$

Решение

$$f(-x) = (-x) \cdot \sin(-x) = -x \cdot (-\sin x) = x \cdot \sin x = f(x) \Rightarrow f(x) -$$

чётная

Функция у = f(x) называется периодической, если существует такое число Т ≠ 0, что для любого х из области определения этой функции выполняется равенство f(x-T) = f (x) = f (x + T). Число T называется периодом функции f(x).

Пример Доказать, что функция $f(x) = \sin 3x$ периодическая с периодом $\frac{2\pi}{3}$

Доказательство:

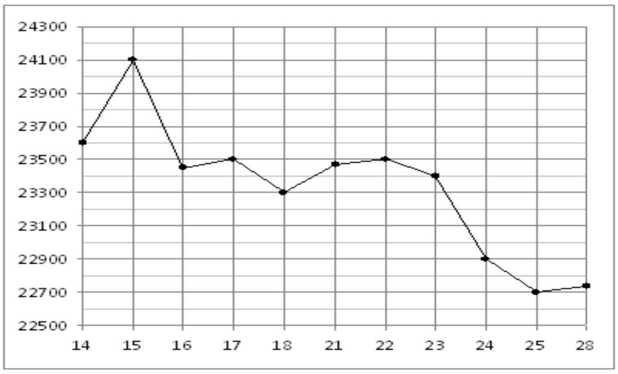
$f(x+T) = f\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin 3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin(3x + 2\pi) = \sin 3x = f(x)$ $\Rightarrow$ функция периодическая.

1 вариант

1. Найти область определения функции: а) $y = \frac{1}{x+2}$ б) $y = \sqrt[4]{x^2 - 7x + 10}$
2. Доказать, что функция периодическая с периодом T: $y = \sin 2x$, $T = \pi$
3. Выяснить, является ли данная функция чётной или нечётной: $y = x \cdot \sin x$
4. Построить график функции, заданной : а) формулой $y = \begin{cases} x^2 + 4, \text{ если } x \le 1 \\ 5, \text{ если } x > 1 \end{cases}$

б) описанием: Д (f) = [1; 7] , f(7) = 1, f(x) = x^2 при $1 \le x \le 2$, y = f(x) убывает на промежутке $2 < x \le 7$

5. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.

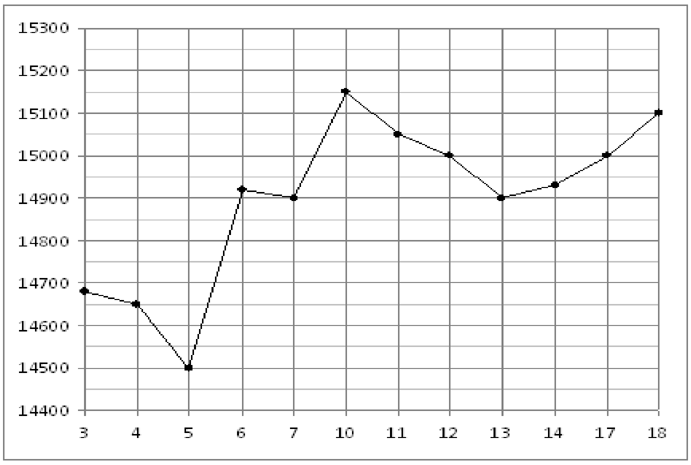


2 вариант.

1. Найти область определения функции: а) $y = \frac{1}{x-3}$ б) $y = \sqrt[4]{x^2 + 4x - 5}$
2. Доказать, что функция периодическая с периодом T: $y = \cos\frac{x}{2}$, $T = 4\pi$
3. Выяснить, является ли данная функция чётной или нечётной: $y = x + \sin x$
4. Построить график функции, заданной : а) формулой $y = \begin{cases} 1 - x^2, \text{ если } x \le 1 \\ -3, \text{ если } x > 1 \end{cases}$

б) описанием: Д (f) = [-3; 3] , E(f) : f(x) < 0 , функция чётная, возрастает при x < 0, убывает при $x \ge 0$

5. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Методические указания по проведению практического занятия № 7

Предел функции

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Предел функции**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Предел функции при $x \to x_0$

Пусть функция f(x) определена на некотором множестве X и пусть дана точка x_0. Возьмём из X последовательность точек, отличных от x_0:

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots,$ (1)

сходящуюся к x_0. Значения функции в точках этой последовательности также образуют числовую последовательность

$f(x_1), f(x_2), f(x_3), \ldots, f(x_n), \ldots,$ (2)

и можно ставить вопрос о существовании её предела.

Определение 1. Число A называется пределом функции f(x) в точке $x = x_0$ (или при $x \to x_0$), если для любой сходящейся к x_0 последовательности

(1) значений аргумента x, отличных от x_0, соответствующая последовательность (2) сходится к числу A.

Символически это записывается так: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$

Пример 1. Найти предел функции $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ при $x \to 0$.

Решение. Подставляем вместо x значение 0. Получаем:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} = \frac{0 + 0 - 1}{0 - 1} = \frac{-1}{-1} = 1.$$

Итак, предел данной функции при $x \to 0$ равен 1.

Предел функции при $x \to \infty$, при $x \to -\infty$ и при $x \to +\infty$

Кроме рассмотренного понятия предела функции при $x \to x_0$ существует также понятие предела функции при стремлении аргумента к бесконечности.

Определение 2. Число A называется пределом функции f(x) при $x \to \infty$, если для любой бесконечно большой последовательности (1) значений аргумента соответствующая последовательность (2) значений функции сходится к A.

Символически это записывается так: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = A$.

Определение 3. Число A называется пределом функции f(x) при $x \to -\infty$ ($x \to +\infty$), если для любой бесконечно большой последовательности значений аргумента, элементы x_n которой положительны (отрицательны), соответствующая последовательность (2) значений функции сходится к A.

Символически это записывается так: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A$ ($\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = A$).

Пример 2. Найти предел функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ при $x \to \infty$.

Решение. Подставляем вместо x бесконечность. Получаем, что последовательность значений функции является бесконечно малой величиной и поэтому имеет предел, равный нулю:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Для наглядности и убедительности, решая данный пример в черновике, можете подставить вместо x очень большое число. При делении получите очень малое число.

Основные теоремы о пределах

Теорема 1. (о единственности предела функции). Функция не может иметь более одного предела.

Следствие. Если две функции f(x) и g(x) равны в некоторой окрестности точки x_0, за исключением, может быть, самой точки x_0, то либо они имеют один и тот же предел при $x \to x_0$, либо обе не имеют предела в этой точке.

Теорема 2. Если функции f(x) и g(x) имеют пределы в точке x_0, то:

1) предел алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме пределов слагаемых, т.е.

$$\lim_{x \to x_0} \left[f(x) \pm g(x) \right] = \lim_{x \to x_0} f(x) \pm \lim_{x \to x_0} g(x); \qquad (3)$$

2) предел произведения функций равен произведению пределов сомножителей, т.е.

$$\lim_{x \to x_0} \left[f(x) \bullet g(x) \right] = \lim_{x \to x_0} f(x) \bullet \lim_{x \to x_0} g(x); \qquad (4)$$

3)предел частного двух функций равен частному от деления предела делимого на предел делителя, если предел делителя не равен нулю, т.е.

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)} \quad \left(\lim_{x \to x_0} g(x) \neq 0 \right). \qquad (5)$$

Замечание. Формулы (3) и (4) справедливы для любого конечного числа функций.

Следствие 1. Предел постоянной равен самой постоянной, т.е.

$$\lim_{x \to x_0} C = C.$$

Следствие 2. Постоянный множитель можно выносить за знак предела, т.е.

$$\lim_{x \to x_0} kf(x) = k \lim_{x \to x_0} f(x).$$

Пример 3. Найти предел:

$$\lim_{x \to 4} \left[2(x+3) - \frac{x}{x-2} \right].$$

Решение.

$$\lim_{x \to 4} \left[2(x+3) - \frac{x}{x-2} \right] =$$

$$= \lim_{x \to 4} 2(x+3) - \lim_{x \to 4} \frac{x}{x-2} =$$

$$= 2\lim_{x \to 4} (x+3) - \frac{\lim\limits_{x \to 4} x}{\lim\limits_{x \to 4} (x-2)} =$$

$$= 2(4+3) - \frac{4}{4-2} = 12.$$

Пример 4. Найти предел:

$$\lim_{x \to \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 3}{x^4 + x^2 + 3}.$$

Решение. Предварительно убедимся, что предел делителя не равен нулю:

$$\lim_{x \to \sqrt{3}} (x^4 + x^2 + 3) = \lim_{x \to \sqrt{3}} x^4 + \lim_{x \to \sqrt{3}} x^2 + \lim_{x \to \sqrt{3}} 3 =$$

$$= 9 + 3 + 3 = 15.$$

Таким образом, формула (5) применима и, значит,

$$\lim_{x \to \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 3}{x^4 + x^2 + 3} = \frac{\lim\limits_{x \to \sqrt{3}} (2x^2 - 3)}{\lim\limits_{x \to \sqrt{3}} (x^4 + x^2 + 3)} = \frac{2 \bullet 3 - 3}{15} = \frac{1}{5}.$$

Теорема 3 (о пределе сложной функции). Если существует конечный предел

$$\lim_{x\to x_0} g(x) = u_0,$$

а функция f(u) непрерывна в точке u_0, то

$$\lim_{x\to x_0} f\left[g(x)\right] = f\left[\lim_{x\to x_0} g(x)\right].$$

Другими словами, для непрерывных функций символы предела и функции можно поменять местами.

Непосредственное применение теорем о пределах, однако, не всегда приводит к цели. Например, нельзя применить теорему о пределе частного, если предел делителя равен нулю. В таких случаях необходимо предварительно тождественно преобразовать функцию, чтобы иметь возможность применить следствие из теоремы 1.

Пример 5. Найти предел:

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-3x-2}{x^2-2x}.$$

Решение. Теорема о пределе частного здесь неприменима, так как

$$\lim_{x\to 2}(x^2-2x)=0.$$

Преобразуем заданную дробь, разложив числитель и знаменатель на множители. В числителе получим

$$2x^2-3x-2=2(x-2)(x+0,5),$$

где

$$x_1=2,$$

$$x_2=-0,5\ -$$

корни квадратного трёхчлена. Теперь сократим дробь и, используя следствие из теоремы 1, вычислим предел данной функции:

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-3x-2}{x^2-2x}=\lim_{x\to 2}\frac{2(x-2)(x+0,5)}{x(x-2)}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2x+1}{x}=\frac{5}{2}.$$

Решение пределов через раскрытие неопределённостей

При решении примера 5 нам уже встретилась неопределённость вида $\frac{0}{0}$. Эта неопределённость и неопределённость вида $\frac{\infty}{\infty}$ - самые распространённые неопределённости, которые требуется раскрывать при решении пределов.

Освоим эти приёмы на примерах.

Неопределённость вида $\frac{\infty}{\infty}$

Пример 6. Раскрыть неопределённость $\frac{\infty}{\infty}$ и найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2n+n^2+3}{3n^2+1}$.

Решение. Здесь старшая степень переменной n равна 2. Поэтому почленно делим числитель и знаменатель на n^2:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2n+n^2+3}{3n^2+1}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\overset{0\nwarrow}{\frac{2n}{n^2}}+\overset{1\nwarrow}{\frac{n^2}{n^2}}+\overset{0\nwarrow}{\frac{3}{n^2}}}{\underset{3\swarrow}{\frac{3n^2}{n^2}}+\underset{\searrow 0}{\frac{1}{n^2}}}.$$

Комментарий к правой части выражения. Стрелками и цифрами обозначено, к чему стремятся дроби после подстановки вместо n значения бесконечность. Здесь, как и в примере 2, степень n в знаменателя больше, чем в числителе, в результате чего вся дробь стремится к бесконечно малой величине или "супермалому числу".

Получаем ответ: предел данной функции при переменной, стремящейся к бесконечности, равен $\frac{1}{3}$.

Пример 7. Раскрыть неопределённость $\frac{\infty}{\infty}$ и найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x+3x^2}}{x+2}$.

Решение. Здесь старшая степень переменной x равна 1. Поэтому почленно делим числитель и знаменатель на x:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x+3x^2}}{x+2}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{\sqrt[3]{x+3x^2}}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{2}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{\frac{x+3x^2}{x^3}}}{1+\frac{2}{n}}=$$

$$=\frac{0}{1}=0.$$

Получили ответ: предел данной функции при переменной, стремящейся к бесконечности, равен нулю.

Неопределённость вида $\frac{0}{0}$

Пример 8. Раскрыть неопределённость $\frac{0}{0}$ и найти предел $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2+x-6}$.

Решение. В числителе - разность кубов. Разложим её на множители, применяя формулу сокращённого умножения из курса школьной математики:

$$x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4).$$

В знаменателе - квадратный трёхчлен, который разложим на множители, решив квадратное уравнение

$$x^2+x-6=0$$

$$D=b^2-4ac=1-4\bullet 1\bullet(-6)=25$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-1+5}{2}=2$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-1-5}{2}=-3$$

$$x^2+x-6=(x-2)(x+3)$$

Запишем выражение, полученное в результате преобразований и найдём предел функции:

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}{(x-2)(x+3)}=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x+4}{x+3}=$$

$$=\frac{4+4+4}{2+3}=\frac{12}{5}.$$

Пример 9. Раскрыть неопределённость $\frac{0}{0}$ и найти предел $\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+8}+3x}$.

Решение. Теорема о пределе частного здесь неприменима, поскольку $\lim_{x\to -1}(\sqrt{x^2+8}+3x)=0.$

Поэтому тождественно преобразуем дробь: умножив числитель и знаменатель на двучлен, сопряжённый знаменателю, и сократим на x +1. Согласно следствию из теоремы 1, получим выражение, решая которое, находим искомый предел:

$$\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)\left(\sqrt{x^2+8}-3x\right)}{\left(\sqrt{x^2+8}+3x\right)\left(\sqrt{x^2+8}-3x\right)}=$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)\left(\sqrt{x^2+8}-3x\right)}{8(1-x)(1+x)}=$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x^2+8}-3x}{8(1-x)}=\frac{3}{8}.$$

Пример 10. Раскрыть неопределённость $\frac{0}{0}$ и найти предел $\lim_{x\to 0}\frac{2x^3+3x^2}{2x}$.

Решение. Непосредственная подстановка значения x = 0 в заданную функцию приводит к неопределённости вида 0/0. Чтобы раскрыть её, выполним тождественные преобразования и получим в итоге искомый предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x^3+3x^2}{2x}=\lim_{x\to 0}\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)=$$

$$=\lim_{x\to 0}x^2+\frac{3}{2}\lim_{x\to 0}x=0.$$

1 вариант

Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^3+x-2}$

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{8x^5-4x^3+3}{2x^3+x^3-7}$

г) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-3x-2}{x-2}$

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$

е) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos^2 x-\cos^2 2x}{x^2}$

2 вариант

Найти предел функции

а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2+x-10}{x^3-1}$

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2-4x+2}{6x^2+5x+1}$

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x+7}{3x^4-2x^2+x}$

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+2x+1}$

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{2}\right)^{-5x}$

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x+\sin 3x}{x\sin x}$

Методические указания по проведению

практического занятия № 8

Решение показательных уравнений и неравенств

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение показательных уравнений и неравенств**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

$5^x = 625 \;\Rightarrow\; 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4.\quad \textit{Ответ}: x = 4$

2) Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48\cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

<u>Пример</u> Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

$D = 676 - 4\cdot 25 = 576$,

$y_1 = 5,\quad y_2 = \dfrac{1}{5}$

$5^x = 5$
$x = 1,$
$5^x = \frac{1}{5}$
$x = -1$

Ответ: x = 1 и x = –1

4) При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^x \succ a^b$

или $a^x \prec a^в$

Если a > 1 и $a^x \succ a^b$, то x > b

Если 0 < a < 1 и $a^x \succ a^b$, то x < b

<u>Пример 1.</u>

Решить неравенство $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

<u>Решение</u>

$$5^{\frac{4-x}{2}} \geq 5^{-3} \quad \Rightarrow \quad \frac{4-x}{2} \geq -3 \quad \Rightarrow \quad 4 - x \geq -6 \quad \Rightarrow \quad -x \geq -10 \quad \Rightarrow \quad x \leq 10$$

<u>Ответ:</u> $x \leq 10$

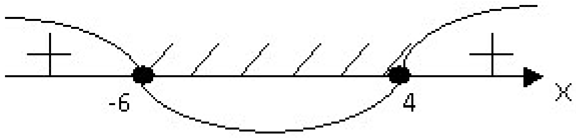
<u>Пример 2</u>

Решить неравенства $\mathbf{64^x + 2 \cdot 8^x - 24 \leq 0.}$

<u>Решение</u>

Пусть $8^x = y, y > 0$, тогда неравенство примет вид:

$y^2 + 2y - 24 \leq 0$.



$\left[\begin{array}{l} y_1 = -6 \\ y_2 = 4, \text{решением неравенства } y^2 + 2y - 24 \le 0 \text{ является промежуток } [-6; 4], \end{array}\right.$

но по условию $y > 0$, поэтому получаем $0 \le 8^x \le 4$

$8^x \le 4;$

$2^{3x} \le 2^2;$

$3x \le 2$

$x \le \frac{2}{3}.$

<u>Ответ:</u> $x \le \frac{2}{3}$

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \succ \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a > 1$, то знак неравенства не меняется, т.е. $x > b$

Если $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x < b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

1 вариант.

1.Решить показательные уравнения: а) $0{,}5^{x+7} \cdot 0{,}5^{1-2x} = 2$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$2..Решить показательные неравенства: а) $5^{x-2} > 25$; б) $5^{3x+1} - 5^{3x-3} \le 624$; в) $4^x - 2^x < 12$

3. 3.Решить графически неравенство: а) $\sqrt{x}$ > x - 2 ; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < x - \frac{1}{2}$

2 вариант.

1. Решить показательные уравнения: а) $6^{3x} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{2x}$ б) $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$; в) $4 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$

2.Решить показательные неравенства: а) $5^{2x} > \frac{1}{25}$; б) $2^{x-1} + 2^{x+3} > 17$; в) $3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4$

3.Решить графически неравенство: а) $\sqrt{x} \le$ x - 2 ; б) $3^x > -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

Методические указания по проведению

практического занятия № 9

Решение логарифмических уравнений и неравенств

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение логарифмических уравнений и неравенств**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Функцию вида

$$y = \log_a x,\ a > 0,\ a \neq 1$$

называют логарифмической функцией.

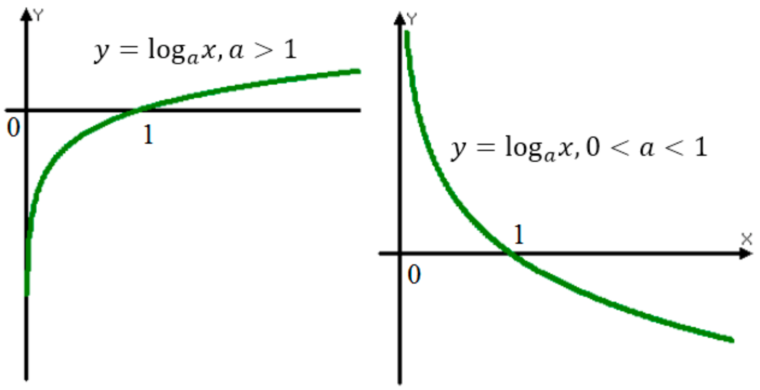
Основные свойства

Основные свойства логарифмической функции $y = \log_a x$:

	$a > 1$	$0 < a < 1$
Область определения	D(f) = (0; +∞)	D(f) = (0; +∞)
Область значений	E(f) = (-∞; +∞)	E(f) = (-∞; +∞)
Монотонность	Возрастает на (0; +∞)	Убывает на (0; +∞)
Непрерывность	Непрерывная	Непрерывная
Выпуклость	Выпукла вверх	Выпукла вниз

График логарифмической функции

Графиком логарифмической функции является логарифмическая кривая:



Свойства логарифмов

• Логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел:

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c,\ a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ a \neq 1.$$

• Логарифм частного двух положительных чисел равен разности логарифмов этих чисел:

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c,\ a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ a \neq 1.$$

• Если a и b — положительные числа, причем $a \neq 1$, то для любого числа r справедливо равенство:

$$\log_a b^r = r \log_a b,\ a > 0,\ b > 0,\ a \neq 1.$$

• Равенство $\log_a t = \log_a s$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $t > 0$, $s > 0$, справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.

• Если a, b, c — положительные числа, причем a и c отличны от единицы, то имеет место равенство (формула перехода к новому основанию логарифма):

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},\ a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ a \neq 1,\ c \neq 1.$$

Теорема 1. Если f(x) > 0 и g(x) > 0, то логарифмическое уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ (где a > 0, a ≠ 1) равносильно уравнению f(x) = g(x).

Решение логарифмических уравнений и неравенств

Пример 1. Решите уравнение:

$$\lg(x^2 - 6) = \lg(8 + 5x).$$

Решение. В область допустимых значений входят только те x, при которых выражение, находящееся под знаком логарифма, больше нуля. Эти значения определяются следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 6 > 0, \\ 8 + 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 6, \\ x > -1,6. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; +\infty), \\ x \in (-1,6; +\infty). \end{cases}$$

С учетом того, что

$$-1,6 = -\sqrt{2,56} > -\sqrt{6},$$

получаем промежуток, определяющий область допустимых значений данного логарифмического уравнения:

$$x \in (\sqrt{6}; +\infty).$$

На основании теоремы 1, все условия которой здесь выполнены, переходим к следующему равносильному квадратичному уравнению:

$$x^2 - 6 = 8 + 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow$$
$$x_1 = 7,\ x_2 = -2.$$

В область допустимых значений входит только первый корень.

Ответ: x = 7.

Пример 2. Решите уравнение:

$$\log_{0,2}(-x^2 + 4x + 5) = \log_{0,2}(-x - 31).$$

Решение. Область допустимых значений уравнения определяется системой неравенств:

$$\begin{cases} -x^2 + 4x + 5 > 0, \\ -x - 31 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 5, \\ x < -31. \end{cases}$$

Очевидно, что эти два условия противоречат друг другу. То есть нет ни одного такого значения x, при котором одновременно выполнялись бы оба неравенства. Область допустимых значений уравнения является пустым множеством, а значит решений у данного логарифмического уравнения нет.

Ответ: корней нет.

Обратите внимание, что в этом задании нам вообще не пришлось искать корни уравнения. Достаточно оказалось определить, что его область допустимых значений не содержит ни одного действительно числа. Это одно из преимуществ такой последовательности решения логарифмических уравнений и неравенств (начинать с определения области допустимых значений уравнения, а затем решать его путем равносильных преобразований).

Пример 3. Решите уравнение:

$$3\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 5\log_{\frac{1}{2}} x - 2 = 0.$$

Решение. Область допустимых значений уравнения определяется здесь легко: x > 0.

Используем подстановку:

$$t = \log_{\frac{1}{2}} x.$$

Уравнение принимает вид:

$$3t^2 + 5t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{3}, \\ t_2 = -2. \end{array}\right.$$

Обратная подстановка:

$$\left[\begin{array}{l} \log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{3}, \\ \log_{\frac{1}{2}} x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \\ x = 4. \end{array}\right.$$

Оба **ответа** входят в область допустимых значений уравнения, поскольку являются положительными числами.

Пример 4. Решите уравнение:

$$\log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x).$$

Решение. Вновь начнем решение с определения области допустимых значений уравнения. Она определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x + 2 > 0, \\ x + 3 > 0, \\ 1 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x > -3, \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-2; 1).$$

Воспользовавшись правилом сложения логарифмов, переходим к равносильному в области допустимых значений уравнению:

$$\log_{0,4}(x+2)(x+3) = \log_{0,4}(1-x) \Rightarrow$$

Основания логарифмов одинаковы, поэтому в области допустимых значений можно перейти к следующему квадратному уравнению:

$$(x+2)(x+3) = (1-x) \Leftrightarrow x^2 + 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = -5, \\ x_2 = -1. \end{array}\right.$$

Первый корень не входит в область допустимых значений уравнения, второй — входит.

Ответ: x = -1.

Пример 5. Решите уравнение:

$$x^{\log_3 x} = 81.$$

Решение. Будем искать решения в промежутке $x > 0, x \neq 1$. Преобразуем уравнение к равносильному:

$$x^{\log_3 x} = x^{\log_x 81} \Leftrightarrow x^{\log_3 x} = x^{\frac{4}{\log_3 x}} \Leftrightarrow$$

$$\log_3^2 x = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2, \\ \log_3 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9, \\ x = \frac{1}{9}. \end{array}\right.$$

Оба **ответа** входят в область допустимых значений уравнения.

Пример 6. Решите уравнение:

$$\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1.$$

Решение. Система неравенств, определяющая область допустимых значений уравнения, имеет на этот раз вид:

$$\begin{cases} x + 12 > 0, \\ x > 0, \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0,\ x \neq 1.$$

Используя свойства логарифма, преобразуем уравнение к равносильному в области допустимых значений уравнению:

$$\frac{\log_2(x+12)}{2\log_2 x} = 1.$$

Используя формулу перехода к новому основанию логарифма, получаем:

$$\log_x(x+12) = 2 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 4, \\ x_2 = -3. \end{array}\right.$$

В область допустимых значений входит только один **ответ:** $x = 4$.

Перейдем теперь к **логарифмическим неравенствам**.

Теорема 2. Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, то:
при $a > 1$ логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству того же смысла: $f(x) > g(x)$;
при $0 < a < 1$ логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.

Пример 7. Решите неравенство:

$$\log_{0,5}(x^2 + x - 6) \geqslant \log_{0,5}(x+4).$$

Решение. Начнем с определения области допустимых значений неравенства. Выражение, стоящее под знаком логарифмической функции, должно принимать только положительные значения. Это значит, что искомая область допустимых значений определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 > 0, \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty), \\ x > -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in (-4; -3) \cup (2; +\infty).$$

Так как в основании логарифма стоит число, меньшее единицы, соответствующая логарифмическая функция будет убывающей, а потому равносильным по теореме 2 будет переход к следующему квадратичному неравенству:

$$x^2 + x - 6 \leqslant x + 4 \Leftrightarrow x^2 \leqslant 10 \Leftrightarrow x \in [-\sqrt{10}; \sqrt{10}].$$

Окончательно, с учетом области допустимых значений получаем **ответ:**

$$x \in [-\sqrt{10}; -3) \cup (2; \sqrt{10}].$$

Пример 8. Решите неравенство:

$$11 \cdot \log_9(x^2 - 12x + 27) \leqslant 12 + \log_9 \frac{(x-9)^{11}}{x-3}.$$

Решение. Вновь начнем с определения области допустимых значений:

$$\begin{cases} x^2 - 12x + 27 > 0, \\ \frac{(x-9)^{11}}{x-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 3) \cup (9; +\infty).$$

На множестве допустимых значений неравенства проводим равносильные преобразования:

$$11 \cdot \log_9(x-9)(x-3) - \log_9 \frac{(x-9)^{11}}{x-3} \leqslant 12$$

$$\log_9 \left[(x-9)^{11}(x-3)^{11}\right] - \log_9 \frac{(x-9)^{11}}{x-3} \leqslant 12$$

$$\log_9 \frac{(x-3)^{12}(x-9)^{11}}{(x-9)^{11}} \leqslant \log_9 9^{12}.$$

После сокращения и перехода к равносильному по теореме 2 неравенству получаем:

$$(x-3)^{12} \leqslant 9^{12} \Leftrightarrow -9 \leqslant x - 3 \leqslant 9 \Leftrightarrow x \in [-6; 12].$$

С учетом области допустимых значений получаем окончательный **ответ:**

$$x \in [-6; 3) \cup (9; 12].$$

Пример 9. Решите логарифмическое неравенство:

$$\log_{x+1}(x^3 + 3x^2 + 2x) < 2.$$

Решение. Область допустимых значений неравенства определяется следующей системой:

$$\begin{cases} x + 1 > 0, \\ x + 1 \neq 1, \\ x(x+1)(x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; +\infty).$$

Видно, что в области допустимых значений выражение, стоящее в основании логарифма, всегда больше единицы, а потому равносильным по теореме 2 будет переход к следующему неравенству:

$$x^3 + 3x^2 + 2x < x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow$$

$$(x+1)(x^2 + x - 1) < 0 \Leftrightarrow$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(-1; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).$$

С учетом области допустимых значений получаем окончательный ответ:

$$x \in \left(0; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).$$

Пример 10. Решите неравенство:

$$\frac{2\log_3(x^2-4x)}{\log_3 x^2} \leqslant 1.$$

Решение.

Область допустимых значений неравенства определяется системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2-4x>0, \\ x^2>0, \\ x^2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (-1;0) \cup (4;+\infty).$$

I способ. Воспользуемся формулой перехода к новому основанию логарифма и перейдем к равносильному в области допустимых значений неравенству:

$$\log_{x^2}(x^2-4x)^2 \leqslant 1.$$

Неравенство будет равносильно двум системам. Первой:

$$\begin{cases} x \in (-1;0), \\ (x^2-4x)^2 \geqslant x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-1;0), \\ x^2(x-5)(x-3) \geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$x \in (-1;0).$$

И второй:

$$\begin{cases} x \in (-\infty;-1) \cup (4;+\infty), \\ x^2(x-5)(x-3) \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (4;5].$$

Итак, окончательный **ответ:**

$$x \in (-1;0) \cup (4;5].$$

II способ. Решаем методом интервалов. Преобразуем неравенство к виду:

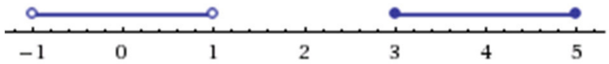
$$\frac{2\log_3(x^2-4x)-\log_3 x^2}{\log_3 x^2} \leqslant 0 \Leftrightarrow$$

Вычтем из знаменателя $\log_3 1$. Это ничего не изменит, поскольку $\log_3 1 = 0$.

$$\frac{\log_3(x^2-4x)^2-\log_3 x^2}{\log_3 x^2-\log_3 1} \leqslant 0$$

С учетом того, что выражения $\log_3 f - \log_3 g$ и $f-g$ — одного знака при $f, g>0$, в области допустимых значений имеет место следующий равносильный переход:

$$\frac{(x^2-4x)^2-x^2}{x^2-1}\leqslant 0 \Leftrightarrow$$
$$\frac{(x^2-5x)(x^2-3x)}{x^2-1}\leqslant 0.$$



Множество решений данного неравенства

Итак, $x \in (-1;1) \cup [3;5]$,а с учетом области допустимых значений получаем тот же **результат**: $x \in (-1;0) \cup (4;5]$.

1 вариант.

1 Решить логарифмические уравнения: а) $\log_5(2x-1)=\log_5 25$ б) $\lg(3x-1)-\lg(x+5)=\lg 5$

2. Решить графически уравнение: $\log_{\frac{1}{3}} x = 3x$

3.Решить логарифмические неравенства: а) $\log_2(x-5)\le 2$ б) $\lg(x^2+2x+2)<1$

2 вариант.

1. Решить логарифмические уравнения: а) $\lg(x^2-2)=\lg x$ б) $\log_3(x-2)+\log_3(x+6)=2$

2. Решить графически уравнение: $2^x=3x-2$

3.Решить логарифмические неравенства: а) $\log_3(7-x)>1$ б) $\log_3(x^2+7x-5)>1$

Методические указания по проведению практического занятия № 10

Применение соотношений между функциями одного аргумента

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Применение соотношений между функциями одного аргумента**».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Основные формулы тригонометрии

Перевод градусной меры угла в радианную и обратно.

Пусть α — градусная мера угла, β — радианная, тогда справедливы формулы:

$$\beta = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180^\circ} \qquad \alpha^\circ = \frac{180^\circ \cdot \beta}{\pi}$$

Формулы зависимости между функциями одного и того же аргумента:

1.	$\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 1$	4.	$\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1$
2.	$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	5.	$1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
3.	$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	6.	$1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

Формулы сложения.

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta}{1 \mp \mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\beta}$$

Формулы двойных и половинных углов.

1.	$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$	5.	$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$
2.	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	6.	$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$
3.	$\mathrm{tg}\,2\alpha = \frac{2 \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{1 - \mathrm{tg}^2\alpha}$	7.	$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$
4.	$\sin 2\alpha = \frac{2 \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}$	8.	$\cos 2\alpha = \frac{1 - \mathrm{tg}^2\alpha}{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}$

Формулы преобразования суммы в произведение:

$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$	$\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$
$\sin\alpha - \sin\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$	
$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$	$1 - \cos\alpha = 2 \cdot \sin^2\frac{\alpha}{2}$
$\cos\alpha - \cos\beta = -2 \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$	$1 + \cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2\frac{\alpha}{2}$

Формулы преобразования произведения в сумму:

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$$

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)]$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$$

Формулы приведения:

φ	$-\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
sin φ	- sin α	cos α	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α
cos φ	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α	cos α	cos α
tg φ	- tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α
ctg φ	- ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α

Пример 2.1.

Вычислить значение sin α, если cos α = 0,3, α — угол в первой четверти.

Решение

Применим основное тригонометрическое тождество, связывающее тригонометрические функции $y=\sin\alpha, y=\cos\alpha : \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

Так как по условию задачи cos α = 0,3, то $\cos^2\alpha$ = 0,09. Значит, $\sin^2\alpha$ + 0,09 = 1, $\sin^2\alpha$ = 1 – 0,09 = 0,91. Решая уравнение $\sin^2\alpha$ = 0,91, получаем два случая ($\sin\alpha=\sqrt{0,91}$ или $\sin\alpha=-\sqrt{0,91}$), из которых, обращая внимание на то, какой четверти принадлежит искомый угол, следует выбрать один. Вспомним, что в первой четверти все тригонометрические функции имеют знак «+». Следовательно, $\sin\alpha=\sqrt{0,91}$.

Ответ: $\sin\alpha=\sqrt{0,91}$.

Пример 2.2.

Вычислите значение tg α, если ctg α = 0,2.

Решение

Воспользуемся формулой, связывающей тригонометрические функции y = tg α, y = ctg α : tg α · ctg α = 1. Подставляя заданное в условии значение 0,2, получаем, что tg α · 0,2 = 1, откуда tg α = 5.

Ответ: 5.

Пример 2.3.

Упростите выражения;

1) $\sin 20^0\cos 40^0+\cos 20^0\sin 40^0$;

2) $\sin 45^0\cos 15^0-\cos 45^0\sin 15^0$;

3) $\cos 12^0\cos 18^0-\sin 12^0\sin 18^0$;

4) $\cos 98^0\cos 8^0+\sin 98^0\sin 8^0$;

5) $\dfrac{tg 22^0+tg 23^0}{1-tg 22^0 tg 23^0}$;

6) $\dfrac{tg 45^0-tg 15^0}{1+tg 15^0 tg 45^0}$;

Решение

Данные задания — на применение формул сложения.

1) $\sin 20^0 \cos 40^0 + \cos 20^0 \sin 40^0 = \sin\left(20^0 + 40^0\right) = \sin 60^0$. Обратимся далее к таблице значений тригонометрических функций. Получаем, что $\sin 20^0 \cos 40^0 + \cos 20^0 \sin 40^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

2) $\sin 45^0 \cos 15^0 - \cos 45^0 \sin 15^0 = \sin\left(45^0 + 15^0\right) = \sin 60^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

3) Воспользуемся формулой «косинус суммы», тогда $\cos 12^0 \cos 18^0 - \sin 12^0 \sin 18^0 = \cos\left(12^0 + 18^0\right) = \cos 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

4) $\cos 98^0 \cos 8^0 + \sin 98^0 \sin 8^0 = \cos\left(98^0 - 8^0\right) = \cos 90^0 = 0$.

5) Применим формулу «тангенс суммы», получим $\dfrac{tg 22^0 + tg 23^0}{1 - tg 22^0 tg 23^0} = tg(22^0 + 23^0) = tg 45^0 = 1$.

6) $\dfrac{tg 45^0 - tg 15^0}{1 + tg 15^0 tg 45^0} = tg\left(45^0 - 15^0\right) = tg 30^0 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Ответ: $\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}, 0, 1, \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Пример 2.4.

Вычислите:

1) $\sin 10\pi$;

2) $tg \dfrac{41\pi}{4}$;

3) $\sin 75^0$;

4) $\cos 105^0$;

5) $2\sqrt{2} \cos 15^0$.

Решение

1) Воспользуемся свойством периодичности функции y = sin x, тогда $\sin 10\pi = \sin\left(5 \cdot 2\pi\right) = \sin 0 = 0$.

2) Так как период функции y = tg x равен π, получаем: $tg \dfrac{41\pi}{4} = tg\left(10\pi + \dfrac{\pi}{4}\right) = tg \dfrac{\pi}{4} = 1$.

3) Представим 75° в виде суммы двух «удобных» слагаемых: 75° = 45° + 30°. Следовательно, $\sin 75^0 = \sin\left(45^0 + 30^0\right) = \sin 45^0 \cos 30^0 + \cos 45^0 \sin 30^0$. Обратимся к табличным значениям тригонометрических функций, получим: $\sin 75^0 = \sin 45^0 \cos 30^0 + \cos 45^0 \sin 30^0 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3} + 1\right)$.

4) $\cos 105^0 = \cos\left(60^0 + 45^0\right) = \cos 60^0 \cos 45^0 - \sin 60^0 \sin 45^0 = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Окончательно получаем, что $\cos 105^0 = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(1 - \sqrt{3}\right)$.

5) Для вычисления значения cos 15° представим 15° как 15° = 45° - 30° (или 15° = 60° - 45°). Тогда $\cos 15^0 = \cos\left(45^0 - 30^0\right) = \cos 45^0 \cos 30^0 + \sin 45^0 \sin 30^0$.

Обратимся далее к табличным значениям тригонометрических функций.

Получаем, что $\cos 15^0 = \cos 45^0 \cos 30^0 + \sin 45^0 \sin 30^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3} + 1\right)$

. Следовательно, $2\sqrt{2}\cos 15^0 = 2\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3} + 1\right) = \sqrt{3} + 1$.

Ответ: $0, 1, \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3} + 1\right), \frac{\sqrt{2}}{4}\left(1 - \sqrt{3}\right), \sqrt{3} + 1$

Отдельную группу заданий этого типа составляют задания на вычисление одних тригонометрических функций по известным другим.

Пример 2.5.

Известно, что sin α – cos α = 0,3. Найти:

1) $\sin^2\alpha$;

2) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$;

3) $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha$.

Решение

1) Возведем в квадрат обе части заданного в условии примера равенства и используем формулу «квадрат разности», получаем, что:

$\sin^2\alpha - 2\sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha = 0{,}09$.

Вспомним основное тригонометрическое тождество и применим формулу синуса двойного угла:

$1 - \sin 2\alpha = 0{,}09$, откуда:

$\sin 2\alpha = 1 - 0{,}09 = 0{,}91$.

2) Воспользуемся полученным результатом для ответа на вопрос 2.

Для этого сумму $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$ представим в специальном виде:

$\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = (\sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha\ \cos^2\alpha + \cos^4\alpha) — 2\sin^2\alpha\ \cos^2\alpha = (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)^2 - 1/2 \cdot \sin^2 2\alpha = 1 - 1/2 \cdot 0{,}91 = 0{,}545$.

Комментарий. Специальный вид, использованный при решении данного примера, позволяет применить формулу «квадрат суммы» и использовать результат, полученный в пункте 1. При последующих преобразованиях использована формула синуса двойного угла.

3) Обратим внимание, что для вычисления значения выражение $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha$ можно представить в виде суммы кубов.

$\sin^6\alpha + \cos^6\alpha = (\sin^2\alpha)^3 + (\cos^2\alpha)^3 = (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)(\sin^4\alpha - \sin^2\alpha\ \cos^2\alpha + \cos^4\alpha) = 1 \cdot (0{,}545 – 1/4 \cdot 0{,}91) = 0{,}3175$.

Ответ:

1) 0,91;

2) 0,545;
3) 0,3175.
Пример 2.6.

Найти tgα, если $\frac{3\sin\alpha+4\cos\alpha}{\sin\alpha-2\cos\alpha}=5.$

Решение

Проверкой можно убедиться, что при cos α = 0 приведенное равенство неверно. Поэтому следует разделить числитель и знаменатель дроби на cos α (на основании основного свойства дроби):

$\frac{3\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+4\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-2\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}=5$, следовательно, $\frac{3tg\alpha+4}{tg\alpha-2}=5,$ тогда:

$3tg\alpha+4=5(tg\alpha-2),$

раскрывая скобки, приведем далее подобные слагаемые:

3tgα + 4 = 5tgα - 10, 2tgα = 14, получаем, что tgα = 7.

Ответ: 7.

Пример 2.7.

Вычислить cos α, если cos2α = 3/4 и $\frac{3\pi}{2}<2\alpha<2\pi.$

Решение

Как известно, $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1+\cos2\alpha}{2}}$. Выясним, в каких пределах лежит угол α и какой знак при этом имеет его косинус. Преобразуем заданное в условии задачи двойное неравенство. Разделив одновременно все три части двойного неравенства на 2, получим:

$\frac{3\pi}{4}<\alpha<\pi$, то есть угол α располагается во второй четверти и, следовательно, cos α < 0.

В приведенной выше формуле выберем знак «минус»:

$$\cos\alpha=-\sqrt{\frac{1+\frac{3}{4}}{2}}=-\sqrt{\frac{7}{8}}=-\frac{\sqrt{14}}{4}.$$

Ответ: $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{14}}{4}.$

Пример 2.8.

Найти значение выражения: $\frac{\sin^3 19°-\cos^3 19°}{\sin 19°-\cos 19°}-\frac{\sin^2 57°+\sin^2 33°}{tg19°+ctg19°}$.

Выполним упрощение каждой дроби по отдельности.

С целью сокращения дроби $\frac{\sin^3 19°-\cos^3 19°}{\sin 19°-\cos 19°}$ воспользуемся формулой «разность кубов» и получим:

$$\frac{\sin^3 19^\circ - \cos^3 19^\circ}{\sin 19^\circ - \cos 19^\circ} = \frac{(\sin 19^\circ - \cos 19^\circ)(\sin^2 19^\circ + \sin 19^\circ \cos 19^\circ + \cos^2 19^\circ)}{\sin 19^\circ - \cos 19^\circ}.$$

Рассмотрим далее выражение $\sin^2 19^\circ + \sin 19^\circ \cos 19^\circ + \cos^2 19^\circ$. Нужно заметить, что первое третье слагаемые в сумме дают единицу в силу основного тригонометрического тождества. Таким образом:

$$\frac{\sin^3 19^\circ - \cos^3 19^\circ}{\sin 19^\circ - \cos 19^\circ} = (\sin^2 19^\circ + \cos^2 19^\circ) + \sin 19^\circ \cos 19^\circ = 1 + \sin 19^\circ \cos 19^\circ.$$

Обратимся далее к преобразованию второй дроби. Применим одну из формул приведения: $\sin 33^\circ = \cos(90^\circ - 33^\circ) = \cos 57^\circ$. Поэтому:

$\sin^2 57^\circ + \sin^2 33^\circ = \sin^2 57^\circ + \cos^2 57^\circ = 1.$

Тогда
$$\frac{\sin^2 57^\circ + \sin^2 33^\circ}{tg 19^\circ + ctg 19^\circ} = \frac{1}{\frac{\sin 19^\circ}{\cos 19^\circ} + \frac{\cos 19^\circ}{\sin 19^\circ}} = \frac{\sin 19^\circ \cos 19^\circ}{\sin^2 19^\circ + \cos^2 19^\circ} = \sin 19^\circ \cos 19^\circ.$$

Окончательно получаем:

$$\frac{\sin^3 19^\circ - \cos^3 19^\circ}{\sin 19^\circ - \cos 19^\circ} - \frac{\sin^2 57^\circ + \sin^2 33^\circ}{tg 19^\circ + ctg 19^\circ} = 1 + \sin 19^\circ \cos 19^\circ - \sin 19^\circ \cos 19^\circ = 1.$$

Ответ: 1.

Пример 2.9.

Вычислить sin10° sin30° sin50° sin70°.

Используем формулу преобразования произведения тригонометрических функций в сумму: sin10° sin50° = 1/2 (cos40° - cos60°) = 1/2 cos 40° - 1/4. Подставим в первоначальное произведение это выражение и учтем, что sin30° = 1/2, получаем:

$$\frac{1}{4}\left(\sin 70^\circ \cos 40^\circ - \frac{1}{2}\sin 70^\circ\right) = \frac{1}{8}(\sin 110^\circ + \sin 30^\circ - \sin 70^\circ) = \frac{1}{8}\left(\sin(180^\circ - 70^\circ) + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}\left(\sin 70^\circ + \frac{1}{2} - \sin 70^\circ\right) = \frac{1}{16}.$$

Ответ: $\frac{1}{16}$

Пример 2.10.

Упростить выражение: $\frac{\cos 2\alpha}{ctg^2\alpha - tg^2\alpha}$.

Так как числитель заданной дроби имеем достаточно простой вид, начнем с упрощения знаменателя. Для этого применим представление

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$:

$$ctg^2\alpha - tg^2\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}.$$

Приведем полученную разность дробей к общему знаменателю:

$$ctg^2\alpha - tg^2\alpha = \frac{\cos^4\alpha - \sin^4\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{4(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)}{4\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{4\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha}.$$

Следовательно, $\dfrac{\cos 2\alpha}{ctg^2\alpha - tg^2\alpha} = \dfrac{\cos 2\alpha \sin^2 2\alpha}{4\cos 2\alpha} = \dfrac{1}{4}\sin^2 2\alpha.$

Ответ: $\dfrac{1}{4}\sin^2 2\alpha.$

Пример 2.11.

Доказать тождество при $\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} + \sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}} = -\dfrac{2}{\cos\alpha}$ при $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}.$

Решение

В частности, в данном примере попробуем упростить левую часть, чтобы получить такое же выражение, как справа. Для этого помножим числитель и знаменатель подкоренного выражения на 1 + sin α:

$$\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{(1+\sin\alpha)^2}{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}} = \sqrt{\frac{(1+\sin\alpha)^2}{1-\sin^2\alpha}} = \sqrt{\frac{(1+\sin\alpha)^2}{\cos^2\alpha}}.$$

Вспомнив, что $\sqrt{x^2} = |x|$, получаем $\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} = \left|\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}\right|.$

Исследуем далее знак числителя и знаменателя подмодульного выражения:

sin α ≥ -1, тогда 1 + sin α ≥ 0 поэтому $|1+\sin\alpha| = 1+\sin\alpha$;

при $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}\ \cos\alpha < 0,$ следовательно, $|\cos\alpha| = -\cos\alpha.$

Таким образом:

$$\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} = -\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Аналогичным образом преобразуем второе слагаемое левой части:

$$\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}} = -\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Тогда , $\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} + \sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}} = -\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha} - \dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\dfrac{1+\sin\alpha+1-\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\dfrac{2}{\cos\alpha}$

что и требовалось доказать.

Пример 2.12.

Найти значение следующих тригонометрических выражений: sin 2α, cos 2α, tg 2α, если $\sin\alpha = \dfrac{4}{5};\ 0 < \alpha < \pi$.

Решение

Выпишем формулы для вычисления искомых функций:

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha,$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha,$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}.$

$\cos^2 = 1 - 2\cdot\dfrac{16}{25} = 1 - \dfrac{32}{25} = -\dfrac{7}{25}.$.

Из основного тригонометрического тождества вычислим:

$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\dfrac{16}{25}} = \dfrac{3}{5}.$

Далее найдем значения искомых выражений:

$\sin 2\alpha = 2\cdot\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{4}{5} = \dfrac{24}{25};$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{\dfrac{24}{25}}{-\dfrac{7}{25}} = -\dfrac{24}{7}.$

Ответ: $\sin 2\alpha = \dfrac{24}{25}$, $\cos 2\alpha = -\dfrac{7}{25}$, $\operatorname{tg} 2\alpha = -\dfrac{24}{7}.$

Пример 2.13.

Доказать тождество $\left(1+\operatorname{ctg}^2\alpha + \dfrac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = 1$.

Решение

Приведем левую часть к 1:

$$\left(1+\operatorname{ctg}^2\alpha+\frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = \left(\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = \sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$$

.

Тождество доказано.

Пример 2.14.

Вычислить значение выражения:

$$\sin\frac{8\pi}{3}\cdot\operatorname{ctg}\frac{11\pi}{6} + \cos\frac{29\pi}{6}\cdot\operatorname{tg}\frac{4\pi}{3} + \frac{1}{\cos\frac{23\pi}{3}\cdot\sin\frac{11\pi}{6}} + 7$$

.

Решение

Обратим вниманием, что

$\dfrac{8\pi}{3} = 2\pi + \dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{11\pi}{6} = 2\pi - \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{29\pi}{6} = 5\pi - \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{4\pi}{3} = \pi + \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{23\pi}{3} = 8\pi - \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{11\pi}{6} = 2\pi - \dfrac{\pi}{6}.$

Далее, используя формулы приведения, получим:

$$\sin\frac{8\pi}{3}\cdot\mathrm{ctg}\frac{11\pi}{6}+\cos\frac{29\pi}{6}\cdot\mathrm{tg}\frac{4\pi}{3}+\frac{1}{\cos\frac{23\pi}{3}\cdot\sin\frac{11\pi}{6}}+7=$$

$$=\sin\left(2\pi+\frac{2\pi}{3}\right)\cdot\mathrm{ctg}\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(5\pi-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\mathrm{tg}\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{1}{\cos\left(8\pi-\frac{\pi}{3}\right)\cdot\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)}+7=$$

$$=\sin\frac{2\pi}{3}\cdot\mathrm{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\mathrm{tg}\frac{\pi}{3}+\frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}+7.$$

Воспользуемся табличными значениями и свойствами тригонометрических функций:

$$\sin\frac{8\pi}{3}\cdot\mathrm{ctg}\frac{11\pi}{6}+\cos\frac{29\pi}{6}\cdot\mathrm{tg}\frac{4\pi}{3}+\frac{1}{\cos\frac{23\pi}{3}\cdot\sin\frac{11\pi}{6}}+7=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\sqrt{3}\right)+\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sqrt{3}+\frac{1}{\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}+7=-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}-4+7=0.$$

Итак, значение выражения равно 0.

Ответ: 0.

$$\alpha=\arcsin a\Leftrightarrow\begin{cases}\sin\alpha=a\\ -\frac{\pi}{2}\le\alpha\le\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$\alpha=\arccos a\Leftrightarrow\begin{cases}\cos\alpha=a\\ 0\le\alpha\le\pi\end{cases}$$

$$\alpha=arctga\Leftrightarrow\begin{cases}tg\alpha=a\\ -\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$\alpha=arcctga\Leftrightarrow\begin{cases}ctg\alpha=a\\ 0<\alpha<\pi\end{cases}$$

Удобно при решении таких задач сделать замену (например, α = arcsin x) и работать с более привычным объектом — углом α, лежащем в первой или четвертой четверти тригонометрического круга, синус которого равен x. При этом выясняется, что задача намного проще, чем казалось вначале.

Пример 2.15.

Вычислить cos(4arctg 5).

Решение

Пусть α = arctg5, тогда tg α = 5. Требуется найти cos4α. Вычислим вначале cos2α, используя универсальную подстановку:

$$\cos2\alpha=\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=\frac{1-25}{1+25}=-\frac{12}{13}.$$

Тогда получаем, что:

$$\cos4\alpha=2\cos^2 2\alpha-1=2\cdot\frac{144}{169}-1=\frac{119}{169}.$$

Ответ: $\frac{119}{169}$.

Пример 2.16.

Выразить через все обратные функции $\arcsin\left(-\frac{2}{3}\right).$

Решение

Пусть $\alpha = \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right)$. Угол α лежит в четвертой четверти, следовательно, cos α > 0.

Найдем все тригонометрические функции угла:

$\alpha : \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3},$

$tg\alpha = -\frac{2}{3} : \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2}{\sqrt{5}}, ctg\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$

В четвертой четверти находятся арктангенсы отрицательных чисел, поэтому можно утверждать, что $\alpha = arctg\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

Но $\alpha \neq \arccos\frac{\sqrt{5}}{3}$, так как арккосинусы положительных чисел принадлежат первой четверти. В силу четности косинуса cos (-α) = cos α, при этом $-\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, то есть $-\alpha = \arccos\frac{\sqrt{5}}{3}$, тогда $\alpha = -\arccos\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Арккотангенсы отрицательных чисел расположены во второй четверти. Например, $arcctg\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \alpha + \pi$, следовательно, $\alpha = arcctg\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - \pi$. Таким образом, угол α выражен через все обратные функции.

Ответ: $\arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) = -\arccos\frac{\sqrt{5}}{3} = arctg\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = arcctg\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - \pi.$

Пример 2.17.

Найти arcsin (sin 12).

Решение

По условию задачи требуется найти угол, синус которого равен синусу угла в 12 радиан и который принадлежит промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Заметим, что $3\frac{1}{2}\pi < 12 < 4\pi$, поэтому $-\frac{\pi}{2} < 12 - 4\pi < 0$.

Поскольку $\sin 12 = \sin(4\pi + (12 - 4\pi)) = \sin(12 - 4\pi)$, угол 12 - 4π является искомым углом: его синус равен sin 12, и он находится в области возможных значений арксинуса.

Ответ: arcsin (sin12) = 12 - 4π.

Пример 2.18.

Вычислить $\sin\left(\arccos\frac{12}{13} - arctg 7\right).$

Решение

Введем два угла: $\alpha = \arccos\frac{12}{13}$ и $\beta = arctg 7.$ Оба они лежат в первой четверти, значит, все их тригонометрические функции положительны. Мы знаем, что $\cos\alpha = \frac{12}{13}, tg\beta = 7$. Требуется найти синус суммы этих углов, а для этого нужно знать их синусы и косинусы.

Во-первых, $\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}.$

Во-вторых, $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\beta}} = \frac{1}{\sqrt{1+49}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}; \sin\beta = tg\beta\cdot\cos\beta = \frac{7}{5\sqrt{2}}$.

Следовательно, $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha = \frac{5}{13}\cdot\frac{1}{5\sqrt{2}} - \frac{7}{5\sqrt{2}}\cdot\frac{12}{13} = -\frac{79}{65\sqrt{2}}.$

Ответ: $-\frac{79}{65\sqrt{2}}.$

1 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\sin(\alpha-\beta) - \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin(-\beta)$; б) $\sin 2\alpha + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2$

Задание 3. Вычислить $\cos(\alpha-\beta)$**,** если $\cos\alpha = -0{,}8$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\sin\beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) cos 780º ; 2) $\sin\frac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

2 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $2\cos^2 z - \cos 2z = 1$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\frac{2(\cos z + \cos 3z)}{2\sin 2z + \sin 4z}$ б) $\cos z\cdot tgz - 2\sin z$

Задание 3. Вычислить $\sin 2z, если \sin z = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < z < 2\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 780º ; 2) $\cos\frac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\cos z$, *если* $\sin z = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Методические указания по проведению практического занятия № 11

Решение тригонометрических уравнений и неравенств

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение тригонометрических уравнений и неравенств**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

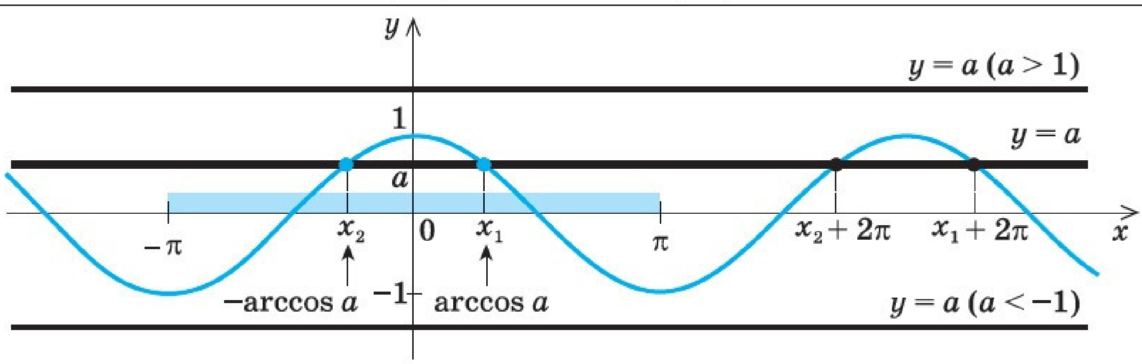
Простейшими тригонометрическими уравнениями называют уравнения cos x = a, sin x = a, tg x = a, ctg x = a.

Чтобы рассуждения по нахождению корней этих уравнений были более наглядными, воспользуемся графиками соответствующих функций.

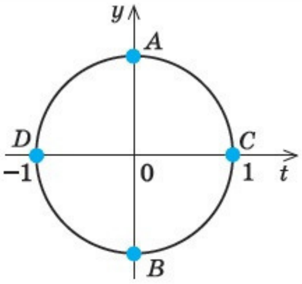
Уравнение cos x = a

1. Графическая иллюстрация и решение уравнения $\cos x = a$

Графическая иллюстрация



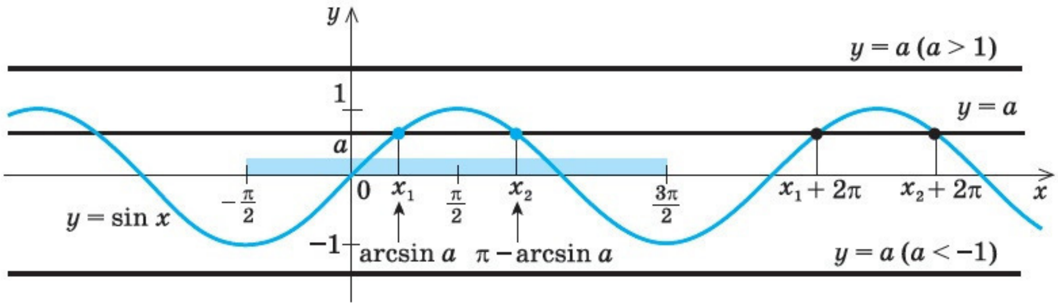
Решения	Примеры
$\cos x = a$ $\lvert a\rvert > 1$: **Корней нет** $\lvert a\rvert \leqslant 1$: $x = \pm\arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$	1. ▶ $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm\arccos\frac{1}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. ◁ 2. ▶ $\cos x = \sqrt{3}$. Корней нет, поскольку $\sqrt{3} > 1$. ◁

2. Частные случаи решения уравнения $\cos x = a$	
	$\cos x = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$ $\cos x = 1 \quad x = 2\pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$ $\cos x = -1 \quad x = \pi + 2\pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$

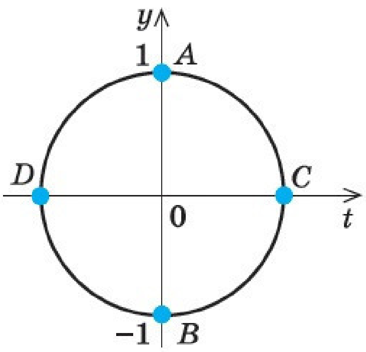
Уравнение sin x = a

1. Графическая иллюстрация и решение уравнения $\sin x = a$

Графическая иллюстрация

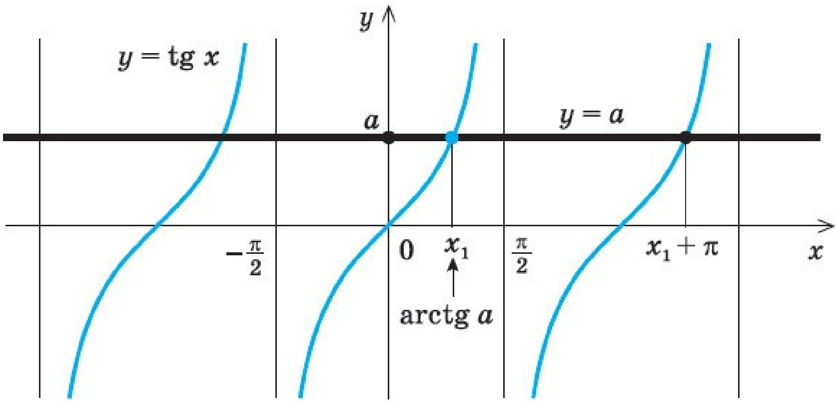


Решения	Примеры
$\boxed{\sin x = a}$ $\lvert a \rvert > 1$ → $\boxed{\textbf{Корней нет}}$ $\lvert a \rvert \leqslant 1$ → $\boxed{x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}}$	1. ▶ $\sin x = \frac{1}{2}$, $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. ◁ 2. ▶ $\sin x = \sqrt{3}$. Корней нет, так как $\sqrt{3} > 1$. ◁

2. Частные случаи решения уравнения $\sin x = a$	
	$\sin x = 0 \quad x = \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$ $\sin x = 1 \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$ $\sin x = -1 \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$

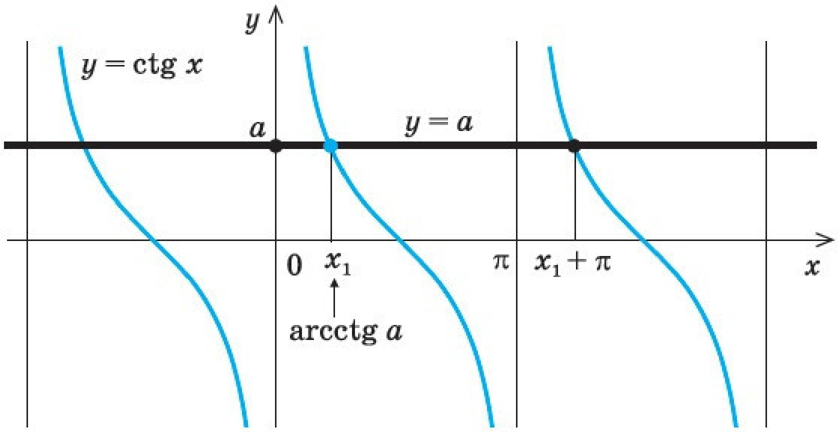
Уравнение tg x = a и ctg x = a

1. Графическая иллюстрация и решения уравнения $\operatorname{tg} x = a$



Формула	Пример
$\operatorname{tg} x = a$ $x = \operatorname{arctg} a + \pi n,\ n \in Z$ Частный случай $\operatorname{tg} x = 0$ $x = \pi n,\ n \in Z$	$\operatorname{tg} x = 1$ ▶ $x = \operatorname{arctg} 1 + \pi n,\ n \in Z.$ $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z.$ ◁

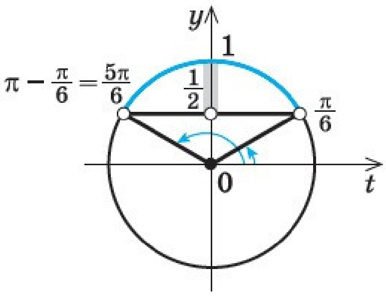
2. Графическая иллюстрация и решения уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

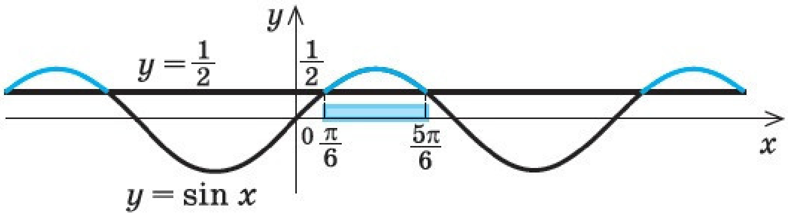


Формула	Пример
$\operatorname{ctg} x = a$ $x = \operatorname{arcctg} a + \pi n,\ n \in Z$ Частный случай $\operatorname{ctg} x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$	$\operatorname{ctg} x = 7$ ▶ $x = \operatorname{arcctg} 7 + \pi n,\ n \in Z.$ ◁

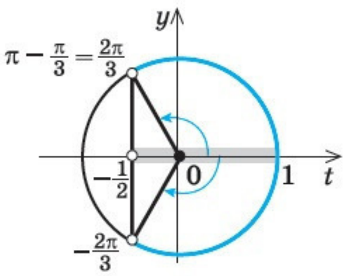
Решение простейших тригонометрических неравенств

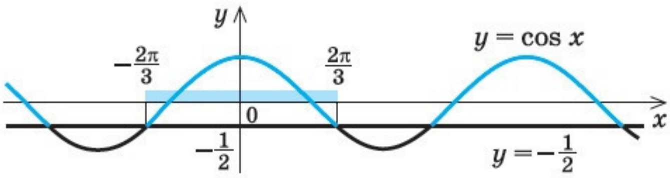
1. Примеры решения простейших тригонометрических неравенств	
с помощью единичной окружности	с помощью графиков



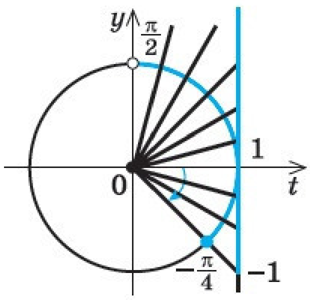


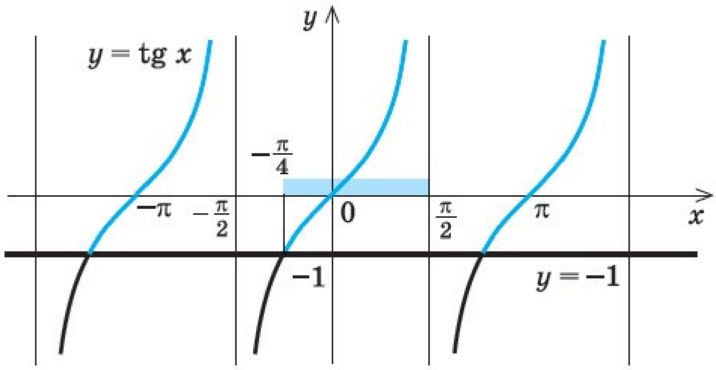
$$\sin x > \frac{1}{2} \qquad \frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$$



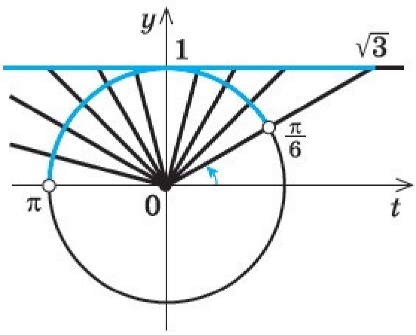


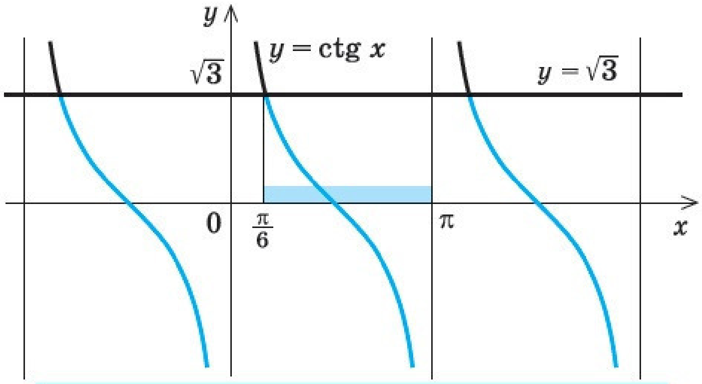
$$\cos x > -\frac{1}{2} \qquad -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$$





$$\mathrm{tg}\, x \geqslant -1 \qquad -\frac{\pi}{4} + \pi k \leqslant x < \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$$





$\operatorname{ctg} x < \sqrt{3}$ $\quad \frac{\pi}{6} + \pi k < x < \pi + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$

Способы решения более сложных тригонометрических неравенств

а) **Использование равносильных преобразований** и, в частности, *сведение тригонометрического неравенства к алгебраическому неравенству по схеме*: 1) *к одному аргументу*, 2) *к одной функции*, 3) *замена переменной* (аналогично схеме решения тригонометрических уравнений, приведенной на с. 249) *и последующее решение полученных простейших тригонометрических неравенств.*

б) **Использование метода интервалов**

(*после сведения неравенства к виду* $f(x) \gtrless 0$) *по схеме:*

1) **Найти ОДЗ неравенства.**
2) **Найти** общий период (если он существует) для всех функций, входящих в неравенство, то есть **период функции $f(x)$.**
3) **Найти нули функции: $f(x) = 0$.**
4) **Отметить нули функции на ОДЗ на одном периоде и найти знак функции $f(x)$ в каждом из промежутков, на которые разбивается ОДЗ** (на одном периоде).
5) **Записать ответ**, учитывая знак заданного неравенства и период функции $f(x)$.

Решение простейших тригонометрических неравенств в общем виде	
Значения a	Решение
1. Неравенство $\sin x > a$	
$-1 \leqslant a < 1$	$\arcsin a + 2\pi k < x < \pi - \arcsin a + 2\pi k$, где k — любое целое число ($k \in Z$).
$a \geqslant 1$	Решений нет.
$a < -1$	x — любое действительное число.
2. Неравенство $\sin x \geqslant a$	
$-1 < a < 1$	$\arcsin a + 2\pi k \leqslant x \leqslant \pi - \arcsin a + 2\pi k$, $k \in Z$.
$a > 1$	Решений нет.
$a = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$a \leqslant -1$	x – любое действительное число.
3. Неравенство $\sin x < a$	
$-1 < a \leqslant 1$	$-\pi - \arcsin a + 2\pi k < x < \arcsin a + 2\pi k$, $k \in Z$.
$a \leqslant -1$	Решений нет.
$a > 1$	x — любое действительное число.
4. Неравенство $\sin x \leqslant a$	
$-1 < a < 1$	$-\pi - \arcsin a + 2\pi k \leqslant x \leqslant \arcsin a + 2\pi k$, $k \in Z$.
$a < -1$	Решений нет.
$a = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$.
$a \geqslant 1$	x — любое действительное число.
5. Неравенство $\cos x > a$	
$-1 \leqslant a < 1$	$-\arccos a + 2\pi k < x < \arccos a + 2\pi k$, $k \in Z$.
$a \geqslant 1$	Решений нет.
$a < -1$	x — любое действительное число.
6. Неравенство $\cos x \geqslant a$	
$-1 < a < 1$	$-\arccos a + 2\pi k \leqslant x \leqslant \arccos a + 2\pi k$, $k \in Z$.
$a > 1$	Решений нет.
$a = 1$	$x = 2\pi k$, $k \in Z$.

$a \leqslant -1$	x — любое действительное число.
7. Неравенство $\cos x < a$	
$-1 < a \leqslant 1$	$\arccos a + 2\pi k < x < 2\pi - \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$.
$a > 1$	x — любое действительное число.
$a \leqslant -1$	Решений нет.
8. Неравенство $\cos x \leqslant a$	
$-1 < a < 1$	$\arccos a + 2\pi k \leqslant x \leqslant 2\pi - \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$.
$a < -1$	Решений нет.
$a = -1$	$x = \pi + 2\pi k,\ k \in Z$.
$a \geqslant 1$	x — любое действительное число.
9. Неравенство $\operatorname{tg} x > a$	
a — любое действительное число ($a \in R$)	$\operatorname{arctg} a + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$.
10. Неравенство $\operatorname{tg} x \geqslant a$	
$a \in R$	$\operatorname{arctg} a + \pi k \leqslant x < \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$.
11. Неравенство $\operatorname{tg} x < a$	
$a \in R$	$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \operatorname{arctg} a + \pi k,\ k \in Z$.
12. Неравенство $\operatorname{tg} x \leqslant a$	
$a \in R$	$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x \leqslant \operatorname{arctg} a + \pi k,\ k \in Z$.
13. Неравенство $\operatorname{ctg} x > a$	
$a \in R$	$\pi k < x < \operatorname{arcctg} a + \pi k,\ k \in Z$.
14. Неравенство $\operatorname{ctg} x \geqslant a$	
$a \in R$	$\pi k < x \leqslant \operatorname{arcctg} a + \pi k,\ k \in Z$.
15. Неравенство $\operatorname{ctg} x < a$	
$a \in R$	$\operatorname{arcctg} a + \pi k < x < \pi + \pi k,\ k \in Z$.
16. Неравенство $\operatorname{ctg} x \leqslant a$	
$a \in R$	$\operatorname{arcctg} a + \pi k \leqslant x < \pi + \pi k,\ k \in Z$.

1 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1\right)(2ctgx + 1) = 0$

2) $tgx + 9ctgx - 10 = 0$

3) $2\sin 2x = 3\cos 2x$

4) $3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 0$

5) $\sin 5x = \sin x$

6) $\sin 4x + \sin^2 2x = 0$

7) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x \leq \frac{1}{2}$; 4) $\sin x > -\sqrt{3}$ 5) $\sin 3x > -\frac{1}{2}$

2 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1-\sqrt{2}\cos\frac{x}{4}\right)\left(1+\sqrt{3}ctgx\right)=0$ **2)** $4\sin^2 x-\cos x-1=0$

3) $4\sin x + \cos x = 0$ **4)** $3\sin^2 x-7\sin x\cdot\cos x+2\cos^2 x=0$

5) $\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x$ **6)** $2\sin x\cdot\cos x = \cos x$

Решить неравенства:

1) $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x \geq \frac{1}{2}$; 4) $\sin x < -\sqrt{3}$ 5) $\sin 3x < -\frac{1}{2}$

Методические указания по проведению

практического занятия № 12

Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения и формул сложения

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения и формул сложения**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Формулы приведения

Это соотношения, с помощью которых значения тригонометрических функций аргументов $\frac{\pi}{2}\pm\alpha,\ \pi\pm\alpha;\ \frac{3\pi}{2}\pm\alpha;\ 2\pi\pm\alpha$ и др., выражаются через значения $\sin\alpha,\ \cos\alpha,\ tg\alpha$ и $ctg\alpha$.

Правила преобразования:

1) Если аргумент содержит $n\cdot\frac{\pi}{2}$, где **n - нечетное <u>натуральное</u> число** $\left(\frac{\pi}{2};\ \frac{3\pi}{2};\ \frac{5\pi}{2};\ \frac{7\pi}{2}\ \text{и т.д.}\right)$, то функция меняется на "конфункцию", т.е. синус на косинус, тангенс на котангенс и наоборот. Если **n - четное натуральное**

число $(\pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ 4\pi$ *и т.д.*$)$, то название функции не изменяется.
2) Определяем знак ("+" или "-") значения первоначальной функции. Преобразованное выражение сохраняет знак своей функции.

Формулы сложения и вычитания

1) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

2) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

3) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

4) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

5) $tg(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$

6) $tg(\alpha-\beta)=\dfrac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$

7) $ctg(\alpha+\beta)=\dfrac{ctg\alpha\cdot ctg\beta-1}{ctg\beta+ctg\alpha}$

8) $ctg(\alpha-\beta)=\dfrac{ctg\alpha\cdot ctg\beta+1}{ctg\beta-ctg\alpha}$

Формулы двойного угла

1) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

2) $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=$
$=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

3) $tg2\alpha=\dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

4) $ctg2\alpha=\dfrac{ctg^2\alpha-1}{2ctg\alpha}$

Формулы преобразования суммы и разности в произведение

1) $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

2) $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

3) $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

4) $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

5) $tg\alpha\pm tg\beta=\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$

6) $ctg\alpha\pm ctg\beta=\dfrac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$

Формулы половинного аргумента

1) $\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$

2) $\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$

3) $tg^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

4) $tg\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

5) $ctg^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$

6) $ctg\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}=\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Формулы тройного угла*

1) $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

2) $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

3) $tg3\alpha=\frac{3tg\alpha - tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha}$

4) $ctg3\alpha=\frac{ctg^3\alpha-3ctg\alpha}{3ctg^2\alpha-1}$

Формулы преобразования произведения в сумму (разность)*

1) $\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$

2) $\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2}$

3) $\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}$

4) $tg\alpha\cdot tg\beta=\frac{tg\alpha+tg\beta}{ctg\alpha+ctg\beta}$

5) $ctg\alpha\cdot ctg\beta=\frac{ctg\alpha+ctg\beta}{tg\alpha+tg\beta}$

Универсальная подстановка через тангенс половинного аргумента*

1) $\sin\alpha=\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$ 3) $tg\alpha=\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$

2) $\cos\alpha=\frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$ 4) $ctg\alpha=\frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{2tg\frac{\alpha}{2}}$

Методические указания по проведению практического занятия № 13

Нахождение производных функций

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Нахождение производных функций**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Производной функции f(x) в точке x называется предел разностного отношения $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ при $h \to 0$.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

Операция нахождение производной называется дифференцированием.
Это правило является основным, т.к. выведено из самого определения. Однако при дифференцировании сложных функций, суммы, произведения, частного применение общего правила представляет большие трудности. Поэтому применяют правила дифференцирования.

Правила

1. $(f'(x)+g(x))=f'(x)+g'(x)$ - Производная суммы равна сумме производных.
2. $(c\cdot f(x))'=c\cdot f'(x)$ - Постоянный множитель можно вынести за знак производной.
3. $(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$ - Производная произведения.
4. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$ Производная частного

<u>Формулы дифференцирования</u>

1. $C'=0$
2. $(x)'=1$
3. $(x^2)'=2x$
4. $(x^3)'=3x^2$
5. $(x^p)'=p\,x^{p-1}$
6. $(e^x)'=e^x$
7. $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
11. $(\sin x)'=\cos x$
12. $(\cos x)'=-\sin x$
13. $(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$
14. $(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$
15. $(a^x)'=a^x\cdot\ln x$
16. $(\log x)'=\frac{1}{x\cdot\ln x}$

8. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

9. $(kx+b)' = k$

10. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

17. $f(g(x))' = f'(g(x))\cdot g'(x)$

18. $f'(kx+b) = k\cdot f'(kx+b)$

При решении задач на нахождение уравнения касательной к графику функции в точке используется геометрический смысл производной $f'(x_0) = k$

Уравнение касательной $y = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$

1 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = x^3 - 9x^2 + x - 1$ б) $y = \frac{x^3+1}{x^2+1}$ в) $y = x^2\cdot\sin x$

г) $y = \sin^2 3x$ д) $y = \log_3 4x$ е) $y = \frac{3}{5x^2}$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = x - \cos x$

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой x_0

$f(x) = x - 3x^2$ $x_0 = 2$

2 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = 5x^4 - 3x^2 + 5$ б) $y = \frac{x^2+1}{3x}$ в) $y = \sin(x^2 - 2x + 4)$

г) $y = x\cdot\sin 2x$ д) $y = \sqrt{1+x^3}$ е) $y = (2+5x)^4$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = \ln(x+1) - 2x$

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой x_0

$f(x) = \frac{1}{x}$ $x_0 = 3.$

Методические указания по проведению

практического занятия № 14

Приложения дифференциала к приближённым вычислениям

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Приложения дифференциала к приближённым вычислениям**».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Применение дифференциала в приближенных вычислениях

Приращение Δy функции $y = f(x)$ представимо в виде:

$$\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$$

где функция $\alpha(\Delta x)$ является б.м. функцией при стремлении аргумента Δx к нулю. Так как $\Delta x = dx$, то

$$\Delta y = f'(x)dx + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x = dy + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$$

В силу того, что второе слагаемое $\alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$ является бесконечно малым, то им можно пренебречь, а поэтому

$$\Delta y \approx dy$$

А так как в нахождении дифференциал значительно проще, чем приращение функции, то данная формула активно используется на практике.

Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

Пример

Задание. Вычислить приближенно $\operatorname{arctg}1,02$, заменяя приращение функции ее дифференциалом.

Решение. Рассмотрим функцию $y = \operatorname{arctg}x$. Необходимо вычислить ее значение в точке $x = 1,02$. Представим данное значение в виде следующей суммы:

$$x = x_0 + \Delta x$$

Величины x_0 и Δx выбираются так, чтобы в точке x_0 можно было бы достаточно легко вычислить значение функции и ее производной, а Δx было бы достаточно малой величиной. С учетом этого, делаем вывод, что $x = 1,02 = 1 + 0,02$, то есть $x_0 = 1$, $\Delta x = 0,02$.

Вычислим значение функции $y = \operatorname{arctg}x$ в точке $x_0 = 1$:

$$y(x_0) = y(1) = \operatorname{arctg}1 = \frac{\pi}{4}$$

Далее продифференцируем рассматриваемую функцию и найдем значение $y'(x_0)$:

$$y' = (\operatorname{arctg}x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Тогда

$$y'(1) = \frac{1}{2}$$

Итак,

$$y(1,02) = \operatorname{arctg}1,02 = y(1+0,02) \approx y(1) + y'(1) \cdot \Delta x =$$
$$= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot 0,02 \approx 0,7852 + 0,01 = 0,7952$$

Ответ. $\operatorname{arctg}1,02 \approx 0,7952$

Методические указания по проведению практического занятия № 15

Исследование функций и построение графиков

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Исследование функций и построение графиков**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Общее исследование функции и построение её графика рекомендуется выполнять по следующей схеме:

1. Найти область определения функции
2. Производную
3. Стационарные точки
4. Производную
5. Промежутки возрастания и убывания
6. Точки экстремума и значение функции в этих точках.

<u>Задача</u>

Построить график функции $f(x)=x^3-2x^2+x$

<u>Решение</u>

2. Производная : $f'(x)=3x^2-4x+1$

1. Область определения: $x \in R$

3. Стационарные точки: $f'(x)=0$

$$3x^2-4x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}$$

$$x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 3\cdot 1}}{2\cdot 3}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{6}=\frac{4\pm 2}{6} \qquad x_1=1 \qquad x_2=\frac{1}{3}$$

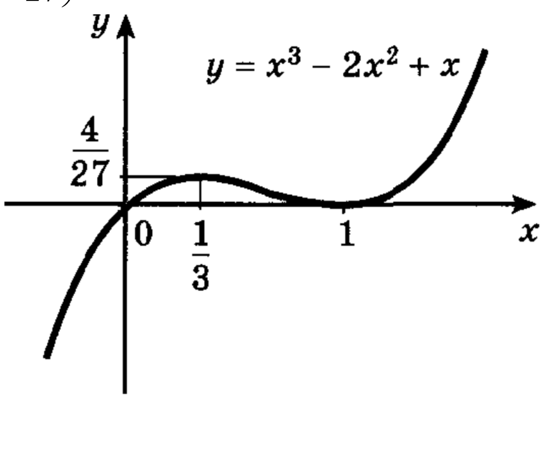
5. Промежутки возрастания и убывания

$x_1=\frac{1}{3}-\text{максимум}$ $\qquad$ $x_1=1-\ \text{минимум}$

6. Точки экстремума и значение функции в этих точках.

$f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{27}$ $\qquad$ $f(1)=0$

$\left(\frac{1}{3};\frac{4}{27}\right)$ $-\text{точка максимума}$ $\quad$ $(1;0)$ $-\text{точка минимума}$



Пусть дана дифференцируемая функция $y = f(x)$.

$f'(x)$ - первая производная

$f''(x)$ - вторая производная

С помощью второй производной находят интервалы выпуклости и вогнутости функции.

Признак вогнутости и выпуклости.

Если вторая производная функции на данном промежутке положительная, то кривая вогнута,

если вторая производная - отрицательная, то - выпуклая, т.е

если $f''(x) > 0$, то кривая вогнутая

если $f''(x) < 0$, то кривая выпуклая

Пример

Найти интервалы выпуклости и вогнутости функции $f(x) = x^3$.

Решение: $f'(x) = 3x^2$

$f''(x) = 6x$

$f''(x) = 0$, $6x = 0$, $x = 0$

При $x > 0$ - $f''(x) > 0$

При $x < 0$ - $f''(x) < 0$. Значит при $x > 0$ кривая вогнутая, а при $x < 0$ кривая выпуклая.

Ответ: При $x > 0$ кривая вогнутая, при $x < 0$ кривая выпуклая.

Точка, которая отделяет выпуклую часть кривой от её вогнутой части, называется точкой перегиба.

Признак существования точки перегиба

Если вторая производная непрерывна и меняет свой знак при переходе через т.x_0 , то т.x_0 - точка перегиба.

Пример

Найти точки перегиба функции $f(x) = x^4 - 2x^3$

Решение: $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$, $f''(x) = 12x^2 - 12x$

$f''(x) = 0$ $\quad 12x^2 - 12x = 0$

$12 \cdot x \cdot (x-1) = 0$

$x_1 = 0, \quad x_2 = 1$

$x = -1$ $\quad f''(-1) = 12(-1)(-1-1) = 24$ (+)

$x = \dfrac{1}{2}$ $\quad f''\left(\dfrac{1}{2}\right) = -3$ $(-)$

$x = 2$ $\quad f''(2) = 24$ (+)

$x = 0$, $x = 1$ - точки перегиба

Ответ: $x = 0$, $x = 1$ - точки перегиба

Вариант 1.

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $y = 1 + 2x^2 - x^4$

Задание 2. Найти интервалы выпуклости и вогнутости функции: а) $y = x^4 - 6x^2 + 4$

Задание 3. Найти точки перегиба функции: а) $y = x^5 - 80x^2$ б) $y = \cos x$, $-\pi < x < \pi$

Вариант 2.

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = 2 + 3x - x^3$ б) $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Задание 2. Найти интервалы выпуклости и вогнутости функции: а) $y = 2x^4 - 12x^2 + 8$

Задание 3. Найти точки перегиба функции: а) $y = x^3 - 6x^2 + 4$ б) $y = \sin x$, $-\pi < x < \pi$

Методические указания по проведению практического занятия № 16

Вычисление определённого интеграла

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Вычисление определённого интеграла**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Если F(x) - первообразная функции f(x), то разность F(b) - F(a) называется определённым интегралом от функции f(x) на отрезке [a ; b] и обозначают $\int_a^b f(x)\,dx$

a – нижний предел интегрирования

b - верхний предел интегрирования

f(x)- подынтегральная функция

Правило вычисления определённого интеграла:

$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$ Формула Ньютона – Лейбница

1 вариант

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

1) $\int_1^2 (2x+3x^2)dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x\, dx$; 3) $\int_1^2 \frac{1}{x^3}dx$; 4) $\int_1^0 \frac{dx}{x}$; 5) $\int_0^{\lg 2} e^x\, dx$;

6) $\int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}}dx$

2 вариант

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

1) $\int_{-1}^2 (1-3x^2)dx$; 2) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x\, dx$; 3) $\int_0^4 (3\sqrt{x}-x)dx$; 4) $\int_0^1 e^x\, dx$; 5) $\int_1^0 \frac{dx}{x+1}$;

6) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$

Таблица первообразных

№	Функция	Первообразная
1	$f(x) = k$	$F(x) = kx$
2	$f(x) = x^r$	$F(x) = \frac{x^{r+1}}{r+1}$
3	$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln\lvert x\rvert$
4	$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
5	$f(x) = a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln a}$
6	$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$
7	$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$
8	$f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$	$F(x) = -\text{ctg}\, x$
9	$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$	$F(x) = \text{tg}\, x$
10	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x) = \arcsin x$
11	$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$F(x) = \text{arctg}\, x$

Функция	Первообразная
$x^p,\ p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$
$\frac{1}{x},\ x > 0$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$(kx+b)^p,\ p \neq -1,\ k \neq 0$	$\frac{(kx+b)^{p+1}}{k(p+1)} + C$
$\frac{1}{kx+b},\ k \neq 0$	$\frac{1}{k}\ln(kx+b) + C$
$e^{kx-b},\ k \neq 0$	$\frac{1}{k}e^{kx-b} + C$
$\sin(kx+b),\ k \neq 0$	$-\frac{1}{k}\cos(kx+b) + C$
$\cos(kx+b),\ k \neq 0$	$\frac{1}{k}\sin(kx+b) + C$

Методические указания по проведению практического занятия № 17

Вычисление площадей плоских фигур

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Вычисление площадей плоских фигур**».

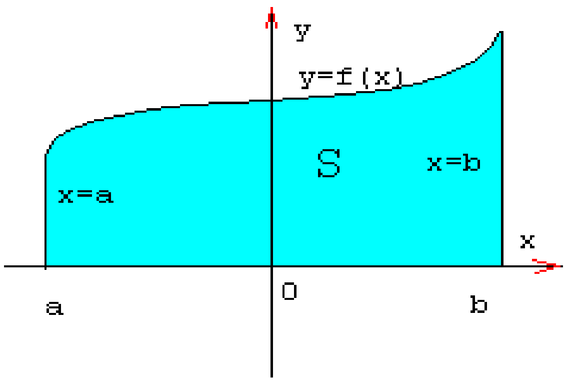
Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Фигура, изображённая на рисунке является криволинейной трапецией

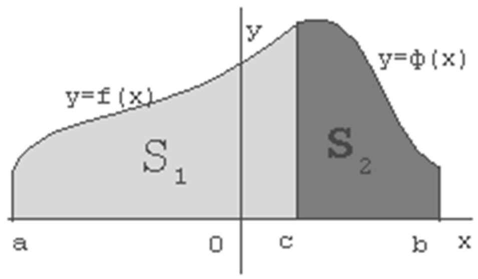


<u>Определение</u>

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная сверху графиком непрерывной функции y=f(x), снизу отрезком [a;b] оси Ox, а с боков отрезками прямых x=a, x=b

Площадь криволинейной трапеции можно вычислить с помощью определённого интеграла

$$S=\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$$

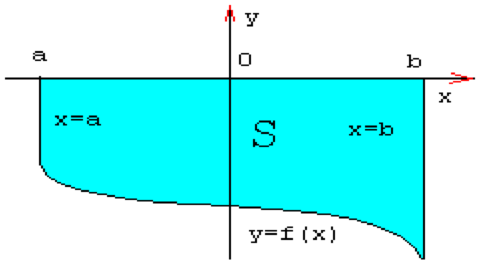


Возможно такое расположение:

$$S = S_1 + S_2$$

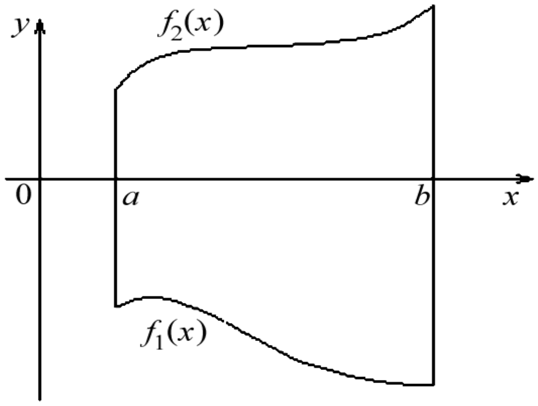
$$S=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b \phi(x)\,dx$$

Возможен следующий случай, когда f(x) < 0 на [a,b]



$$S=\int_a^b - f(x)\,dx$$

Возможно и такое расположение



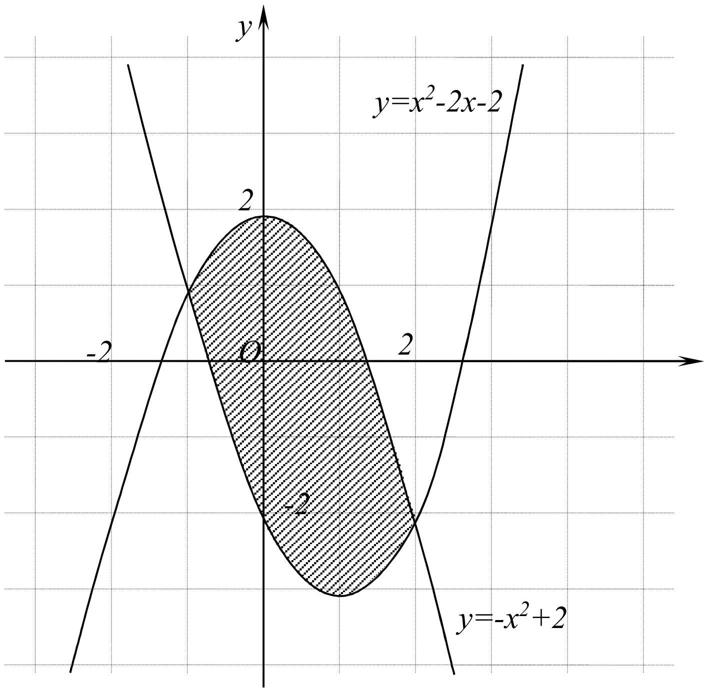
$$S=\int_a^b \left(f_2(x)-f_1(x)\right)dx$$

Задачи на вычисление площадей плоских фигур можно решать по следующему плану:

1) по условию задачи делают схематический чертёж;
2) представляют искомую фигуру как сумму или разность площадей криволинейных трапеций. Из условия задачи и чертежа определяют пределы интегрирования для каждой составляющей криволинейной трапеции.
3) записывают каждую функцию в виде $f(x)$
4) вычисляют площадь каждой криволинейной трапеции и искомой фигуры.

Задача

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.



$$S=\int_{-1}^{2}((-x^2+2)-(x^2-2x-2))\ dx=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx=$$

$$=(-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x)\,|_{-1}^{2}=-\ \frac{16}{3}+4+8-(\frac{2}{3}+1-4)=9\ (\text{кв. ед.})$$

1 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = (x + 1)^2$, прямой $y = 1 – x$ и осью Ох.

б) параболой $y = x^2 – 4x +3$ и осью Ох.

в) графиком функции $y = \sin x$, и отрезком $[\pi ; 2\pi]$ оси Ох.

2 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = 4 - x^2$ и осью Ох.

б) графиком функции $y = \sqrt{x}$, прямой $y = x + 2$ и прямыми $x= 0$, $x = 4$.

в) графиком функции $y = \cos x$ и отрезком $[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}]$ оси Ох.

Методические указания по проведению практического занятия № 18

Решение задач с применением векторов

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение задач с применением векторов**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

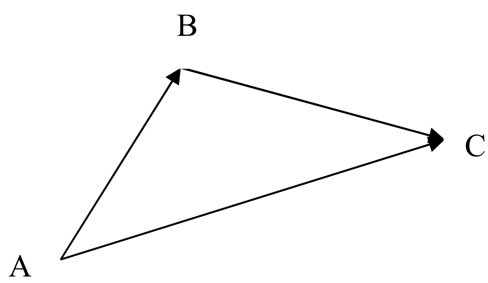
Основные определения, обозначения векторов, действия над векторами в пространстве аналогичны основным характеристикам вектора в пространстве.

<u>Действия над векторами</u>

1) <u>Сложение векторов.</u>

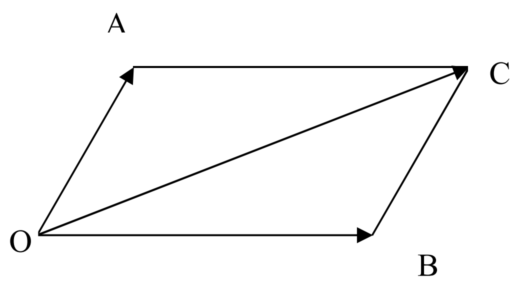
Правило треугольника

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$



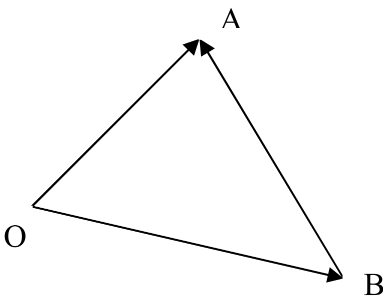
Правило параллелограмма

$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$



2) <u>Вычитание векторов</u>

$\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$

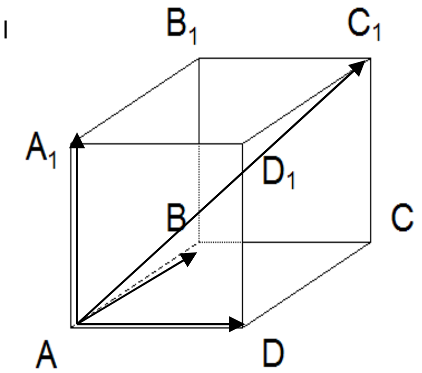


3) <u>Умножение вектора на число:</u>

Произведением ненулевого вектора а на число k называется такой вектор $\vec{в}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причём векторы $\vec{a}$ и $\vec{в}$ сонаправлены при k > 0 и противоположно направлены при k < 0

$\vec{a}$ $\quad 3\vec{a}$ $\quad \vec{a}$ $\quad -2\vec{a}$

Для сложении <u>некомпланарных векторов</u> применяют <u>правило параллелепипеда</u>



$$\vec{AA_1} + \vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AC_1}$$

1 вариант

1) Нарисуйте параллелепипед $АВСДА_1В_1С_1Д_1$, обозначьте вектор СД и ВС соответственно через

векторы $\vec{a}$ и $\vec{в}$. а) Изобразите на рисунке векторы $\vec{a} + \vec{в}$, $\vec{a} - \vec{в}$, $2\vec{a}$, $\frac{1}{3}\vec{в}$

б) Изобразите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}_1$

в) Разложите вектор $\vec{BD_1}$ по векторам $\vec{BA}$, $\vec{BC}$, $\vec{BB_1}$

2 вариант

1) Нарисуйте параллелепипед $ABCДA_1B_1C_1Д_1$, обозначьте вектор СД и АД соответственно через

векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$. а) Изобразите на рисунке векторы $\vec{a}+\vec{c}$, $\vec{a}-\vec{c}$, $2\vec{a}$, $\frac{1}{3}\vec{c}$

б) Изобразите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD_1}$

в) Разложите вектор $\vec{B_1D_1}$ по векторам $\vec{A_1A}$, $\vec{A_1B}$, $\vec{A_1D_1}$

Методические указания по проведению практического занятия № 19

Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

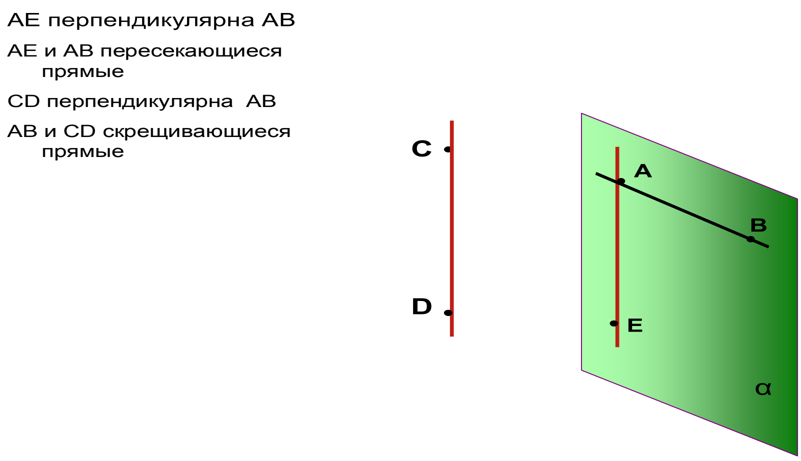
1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90º.

Обратить внимание на то, что в пространстве перпендикулярные прямые могут быть пересекающимися и скрещивающимися.



<u>Признак перпендикулярности прямой и плоскости</u>

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

В задачах часто используется <u>теорема о 3-х перпендикулярах</u>:

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на

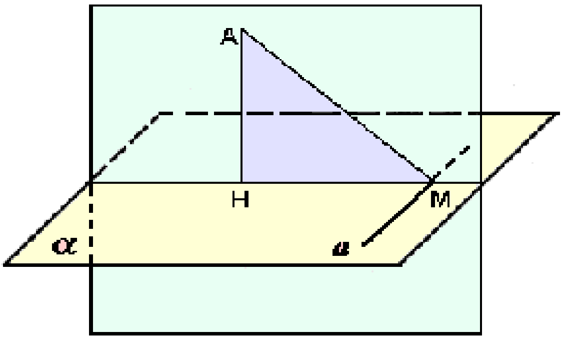
эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Обратная теорема

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней,

перпендикулярна и к её проекции.

При решении задач на нахождение угла между прямой и плоскостью необходимо помнить, что углом между прямой и плоскостью является наименьший угол между прямой и её проекцией на эту плоскость.



АН - перпендикуляр

АМ - наклонная

НМ – проекция наклонной на данную плоскость

а - прямая, проходящая через основание наклонной

1 вариант.

1. Дан тетраэдр МАВС, в котором МВ $\perp$ ВА. Доказать, что ΔМВД – прямоугольный, если Д – произвольная точка отрезка АС. Найти МД и площадь ΔМВД, если МВ = ВД = а.
2. Из точки М проведён перпендикуляр МД = 6 см к плоскости квадрата. Наклонная МО образует с плоскостью квадрата угол 60º. О – точка пересечения диагоналей. Доказать, что ΔМОД – прямоугольный. Найти площадь квадрата.

2 вариант.

1. Четырёхугольник АВСД – квадрат, О – его центр. Прямая ОМ перпендикулярна плоскости квадрата. Доказать, что МА = МВ = МС = МД. Найдите МА, если АВ = 4 см, ОМ = 1 см.

2. Из точки М проведён перпендикуляр к плоскости ΔАВС. ВМ = 9 см, АС = 10 см,
ВС = ВА = 13 см. Найдите расстояние от точки М до прямой АС.

Методические указания по проведению

практического занятия № 20

Решение задач на свойства призмы, параллелепипеда

<u>**Цель работы:**</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение задач на свойства призмы, параллелепипеда**».
<u>Порядок проведения работы:</u>

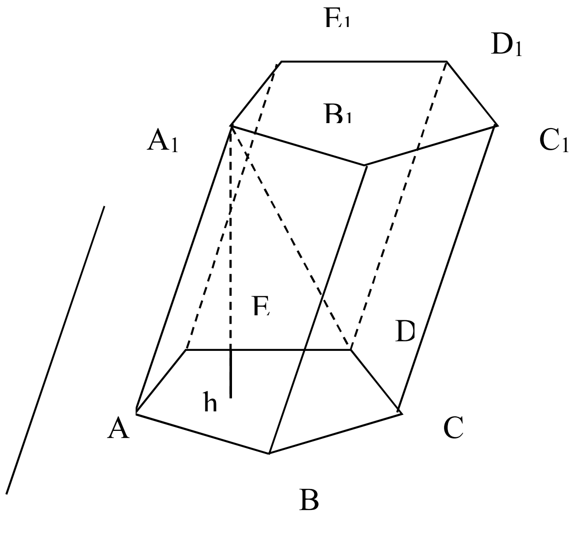
1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

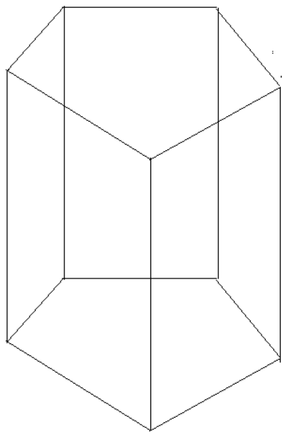
Методические указания

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

1. Изображение должно быть наглядным. Призму надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.
2. Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.
3. Выполнение чертежа призмы удобно начинать с верхнего основания, т.к. в верхнем основании все линии видимые, боковые рёбра изображаются в виде параллельных и равных отрезков.



$ABCDE\ A_1\ B_1\ C_1\ D_1$ – наклонная призма.
$ABCDE$ и $A_1\ B_1\ C_1\ D_1\ E_1$ - основания призмы
$ABB_1\ A_1\ _{\dots}$ - боковые грани (параллелограммы)
AA_1, BB_1, … - боковые рёбра
h - высота призмы
$A_1\ D$ – диагональ призмы



Если боковые рёбра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма является прямой. Высота прямой призмы равна её боковому ребру.

Прямая призма называется правильной, если её основания – правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.

1 вариант.

1) Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна а, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45º. Найти:

а) диагональ призмы;

б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна т, а острый угол равен 60º. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее 45º с плоскостью основания. Доказать, что $\Delta A_1CД$ прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

2 вариант.

1) 2) Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна а и образует с плоскостью основания угол

в 30º. Найти: а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагонали основания призмы.

2) Сторона основания правильной треугольной призмы равна а, высота призмы равна 1,5 а. Через сторону основания и противоположную вершину другого основания проведено сечение. Найти:

а) высоту основания призмы;

б) угол между плоскостями основания и сечения призмы.

Методические указания по проведению

практического занятия № 21

Решение задач на свойства пирамиды

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение задач на свойства пирамиды**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

Изображение должно быть наглядным. Пирамиду надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.

Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.

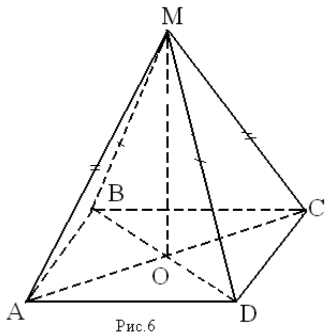


Рис.6

MABCD – четырёхугольная пирамида

M – вершина пирамиды,

ABCD - основание,

MAB, MBC, MCD, MAD – боковые грани

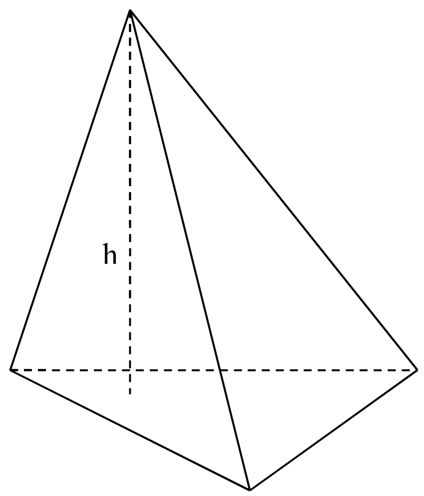
MA, MB, MC, MD - боковые рёбра

MO - высота

Пирамида называется правильной, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Треугольная пирамида



1 вариант.

1) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна **a** , высота **h**. Найти плоский угол при вершине пирамиды, угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна **т**, плоский угол при вершине равен **α.** Найдите:

а) высоту пирамиды;

б) двугранный угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2 вариант.

1) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна **а**, плоский угол при вершине равен **α**. Найти боковое ребро пирамиды.

2) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна **а**, а высота равна **h**. Найдите боковое ребро пирамиды, угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

Методические указания по проведению практического занятия № 22

Решение задач на нахождение элементов цилиндра, конуса, усечённого конуса

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение задач на нахождение элементов цилиндра, конуса, усечённого конуса**».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

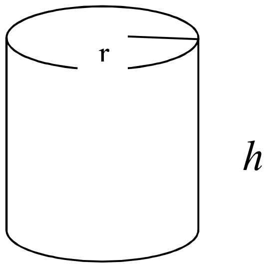
Методические указания

Для решения задач важно правильно построить изображение фигур.

1. При построении цилиндра:

Изображение цилиндра лучше начинать с построения осевого сечения цилиндра, в котором нижнее основание изображено штриховой линией.

Приняв верхнее и нижнее основания прямоугольника за диаметр цилиндра, рисуют равные эллипсы, при этом в нижнем основании невидимую часть эллипса изображают штриховой линией.

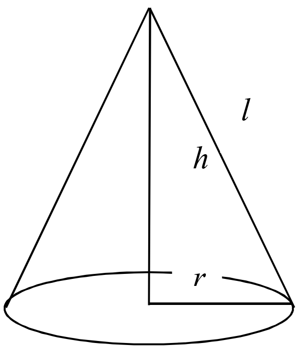


h – высота цилиндра,   r – радиус основания

2. При построении конуса:

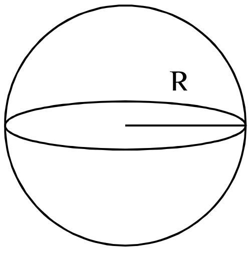
Надо сначала провести диаметр основания конуса штриховой линией, а затем из его середины провести перпендикуляр – высоту конуса; отметить на перпендикуляре вершину конуса;

Нарисовать в основании эллипс, изображая штриховой линией его невидимую часть. Соединить концы диаметра с вершиной конуса. Если нужно - провести осевое сечение, отметить необходимые по условию задачи элементы.



h – высота конуса, r - радиус основания,   l - образующая конуса.

3. Наглядным является такое изображение шара, в котором большой круг или любое сечение шара горизонтальной плоскостью изображены в виде эллипсов.



R – радиус шара

1 вариант.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 20 см. Найти высоту цилиндра и площадь основания цилиндра.

2. Расстояние от центра шара радиуса 14 см до секущей плоскости равно 11 см. Вычислите площадь сечения.

3. Площадь осевого сечения конуса равна 0,6 дм^2, высота конуса равна 1,2 дм. Вычислите площадь основания и образующую конуса.

2 вариант.

1. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания 10 см. Цилиндр пересечён плоскостью, параллельной оси так, что в сечении цилиндра получается квадрат. Найти расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.

2. Расстояние от центра шара радиуса 15 см до секущей плоскости равно 13 см. Вычислите площадь сечения.

3. Угол между образующей и осью конуса равен 45^o , образующая равна 6,5 см. Найти площадь боковой поверхности конуса и площадь основания.

Методические указания по проведению практического занятия № 23

Вычисление объёмов многогранников

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Вычисление объёмов многогранников**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

1. <u>Объём куба</u> вычисляется по формуле: $\underline{V = a^3}$, где а – ребро куба.

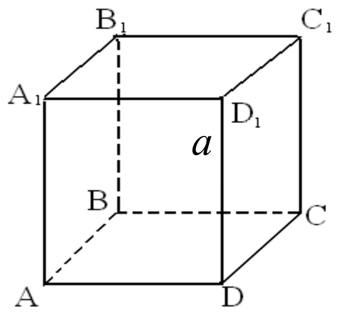
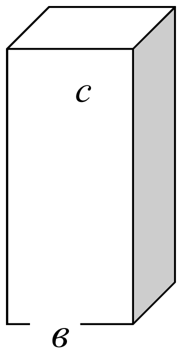
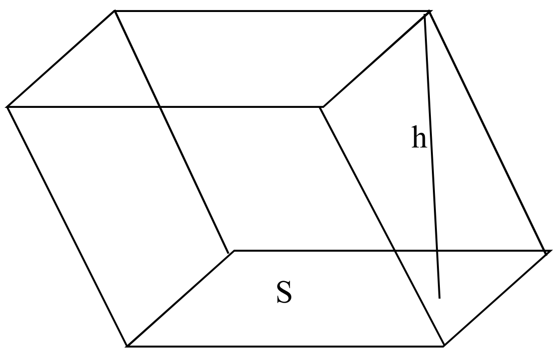


Рис.1

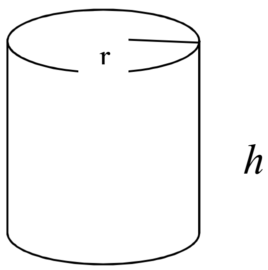
2. <u>Объём прямоугольного параллелепипеда</u> вычисляется по формуле: $V = a \cdot в \cdot c$
,
 где а, в, с – измерения прямоугольного параллелепипеда (длина, ширина, высота)



3. <u>Объём призмы</u> равен $V = S_{осн} \cdot h$



4. <u>Объём цилиндра</u> вычисляется по формуле: $V = S_{осн} \cdot h = \pi r^2 h$



1 вариант.

1. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 4 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 30^o . Найдите объём призмы.
2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом в 60^o. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.
3. В куб вписан шар. Найдите отношение объёмов куба и шара.
4. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

2 вариант.

1. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45^o с плоскостью основания.
2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и острым углом в 60^o. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.
3. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого – квадрат. Найти отношение объёмов шара и цилиндра.
4. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

Методические указания по проведению практического занятия № 24

Вычисление объёмов и площадей поверхностей тел вращения мы

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Вычисление объёмов и площадей поверхностей тел вращения**».

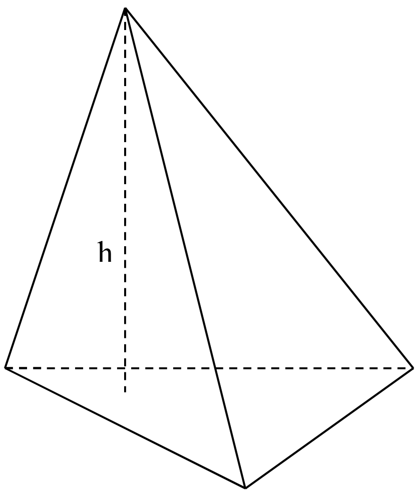
Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

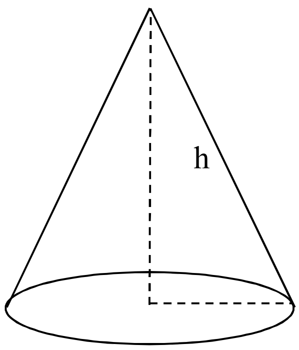
2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

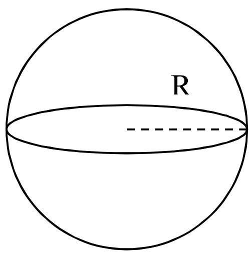
Объём пирамиды вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{3} S\, h$, где S – площадь основания, h - высота



Объём конуса вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{3} S\,h$, где S – площадь основания, h – высота



Объём шара равен: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$



1 вариант.

1. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60º. Найти объём пирамиды.
2. Образующая конуса равна 4 см. а угол при вершине осевого сечения равен 90º . Найти объём конуса.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 12 см, а острый угол 45º , вращается вокруг катета. Найти объём полученного тела вращения.
4. В цилиндр вписан шар радиуса R. Найти отношение объёмов цилиндра и шара.

2 вариант.

1. В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45º . Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найти объём пирамиды.
2. Высота конуса равна диаметру его основания. Определить объём конуса, если его высота равна Н.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 6 см, а острый угол 45º , вращается вокруг катета. Найти объём полученного тела вращения.
4. В сферу вписан цилиндр, диагональ осевого сечения которого составляет с основанием угол α. Найти объём цилиндра, если радиус сферы равен r.

Методические указания по проведению практического занятия № 25

Решение практических задач с применением элементов комбинаторики

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение практических задач с применением элементов комбинаторики**».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Перестановками из п разных элементов называются соединения, которые состоят из п элементов и отличаются друг от друга только порядком их расположения.

Число перестановок из п элементов обозначают $P_п$ и вычисляют по формуле $\mathbf{P_п = п!}$

п! (п – факториал) $п! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\ п$

Пример .Сколькими способами можно разместить 12 человек за столом, на котором поставлены 12 приборов?

Решение

$\mathbf{P_{12} = 12!} = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\ 12 = 479\ 001\ 600$ Ответ: 479 001 600

Комбинации из т элементов по п элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются **размещениями.**

Обозначаются A_m^n и вычисляются по формуле $A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$, $A_n^n = n!$

<u>Пример</u>

Сколько существует вариантов распределения трёх призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?

<u>Решение</u>

$A_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 210$ <u>Ответ:</u> 210 вар

<u>Сочетаниями</u> называются все возможные комбинации из m элементов по n, которые отличаются друг от друга по крайней мере хотя бы одним элементом.

Обозначают C_m^n и вычисляют по формуле $C_n^m = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}$

<u>Пример</u>

Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 2 карты?

<u>Решение</u>

$C_{36}^2 = \frac{36!}{(36-2)! \cdot 2!} = \frac{36!}{34! \cdot 2!} = 630$

<u>Ответ</u>: 630 способов

1 вариант.

1. Вычислить: 1) P_7 ; 2) A_8^3; 3) C_8^5
2. Вычислить: 1) $\frac{10!}{8! \cdot 3!}$; 2) $\frac{8!-6!}{5!}$
3. Решить задачи:
   1) Сколькими способами можно выбрать для подарка 3 предмета из 9 предметов?
   2) В классе 30 человек. Сколькими способами могут быть выбраны из их состава староста и казначей?
   3) Сколькими разными способами можно разместить 6 групп школьников в 6 классных комнатах (по одной группе в комнате)?
4. Записать разложение Бинома: $(x-2)^4$

2 вариант.

1. Вычислить: 1) P_6 ; 2) A_8^5; 3) C_8^3
2. Вычислить: 1) $\frac{6! \cdot 4!}{8!}$; 2) $\frac{9!-7!}{6!}$
3. Решить задачи:
   1) Сколькими способами можно выбрать для подарка 4 предмета из 8 предметов?
   2) Имеются 3 билета на просмотр 3-х различных кинофильмов. Сколькими способами 8 друзей

могут распределить между собой эти 3 билета?

3) Сколькими разными способами можно составить график очерёдности ухода в отпуск 8
сотрудников лаборатории?

Записать разложение Бинома: $(3x-2)^4$

Методические указания по проведению

практического занятия № 26

Вычисление вероятностей событий

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Вычисление вероятностей событий**».

Порядок проведения работы:

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические указания

Событие – это любое явление, которое происходит или не происходит или результат испытаний, наблюдений и явлений. События обозначают заглавными латинскими буквами A, B, C, …

Примеры случайных событий: выпадение шестерки при подбрасывании игральной кости, отказ технического устройства, искажение сообщения при передаче его по каналу связи.

Долю успеха того или иного события называют вероятностью этого события и обозначают P(A)

Если в некотором испытании существует **n** равновозможных попарно несовместных исходов и **т** из них благоприятствуют событию A, то вероятностью наступления события A называют отношение $\frac{m}{n}$ и записывают

P(A) = $\frac{m}{n}$

Пример Найти вероятность появления при одном бросании игральной кости числа очков, большего 4.

<u>Решение</u> : А – « появление числа очков, большего 4» п = 6 - число всех исходов, т = 2 – благоприятствующих событию А (5, 6) Р(А) = $\frac{m}{n}$ = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Ответ: Р(А) = $\frac{m}{n} = \frac{1}{3}$

Суммой (объединением) двух событий А и В (обозначается А+В, А *или* В) называется такое событие, которое заключается в том, что происходит хотя бы одно из событий, т.е. А или В, или оба одновременно.

Произведением (пересечением) двух событий А и В (обозначается А×В, А и В) называется такое событие, которое заключается в том, что происходят оба события А и В вместе.

1 вариант.

1. Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающей стандарту.
2. Контролёр, проверяя качество 500 изделий, установил, что 10 из них относится ко 2-му сорту, а остальные к 1-му. Найдите вероятность: а) выбора изделия 1-го сорта; б) выбора изделия 2-го сорта.
3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 6 ?
4. На складе имеется 50 деталей, изготовленных тремя бригадами. Из них 25 изготовлено первой бригадой, 15- второй и 10 – третьей. Найти вероятность того, что на сборку поступила деталь, изготовленная второй или третьей бригадой.
5. Игральную кость бросают трижды. Какова вероятность того, что ни разу не выпадет цифра 5?
6. Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: 1) валет; 2) король чёрной масти; 3) с чётным числом красной масти; 4) не с числом?
7. Брошены 3 монеты: копейка, пятак и 10 гривенник. Какова вероятность того, что: 1) на копейке появится орёл, а на пятаке и гривеннике – решки; 2) на всех монетах выпадут решки?

2 вариант.

1. Пусть имеется 80 деталей, среди которых 60 исправных, а 20 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется исправной.
2. В партии из 100 деталей имеется 5 бракованных. Определить вероятность того, что взятая на удачу деталь окажется стандартной.
3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 5 ?
4. В коробке находятся 250 лампочек, из них 100 по 100 Вт, 50 - по 60 Вт, 50 – по 25 Вт и 50 – по 15 Вт. Вычислить вероятность того, что мощность любой взятой наугад лампочки не превысит 60 Вт.

5. Игральную кость бросают трижды. Какова вероятность того, что ни разу не выпадет цифра 6?

6. Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: 1) валет; 2) король чёрной масти; 3) с чётным числом красной масти; 4) не с числом?

7. Брошены 3 монеты: копейка, пятак и 10 гривенник. Какова вероятность того, что: 1) на копейке появится орёл, а на пятаке и гривеннике – решки; 2) на всех монетах выпадут решки?

Методические указания по проведению практического занятия № 27

Решение практических задач с применением вероятностных методов

<u>Цель работы:</u>

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «**Решение практических задач с применением вероятностных методов**».

<u>Порядок проведения работы:</u>

1.Выполнить предложенное преподавателем задание.

2.Соответствующим образом оформить работу.

Методические рекомендации

Случайной величиной называется переменная величина, которая может принимать те или иные значения в зависимости от случая.

Функция, связывающая значения случайной величины с соответствующими им вероятностями, называется **законом распределения** дискретной случайной величины.

Полигоном частот называют зависимость, выражающую распределение величины X по частотам или по относительным частотам.

Характеристики случайной величины:

Размах (обозначается R) - разница между наибольшим и наименьшим значениями случайной величины.

Мода (обозначается M_o) – наиболее часто встречающееся значение случайной величины.

Медиана (обозначается M_e) – это так называемое серединное значение упорядоченного ряда значений случайной величины.

Пример В детском обувном магазине за декаду было куплено 750 пар обуви. Кладовщик проводил статистическое исследование и с этой целью записывал размеры каждой пятой из затребованных пар. Эти числа составили следующий ряд данных: 23, 24, 16, 21, 18, 17, 20, 23, 18, 16, 19, 18, 22, 19, 21, 17, 24, 15, 23, 19, 16, 22, 18, 24, 19, 17, 22, 19, 15, 23, 21, 23, 19, 23, 17, 22,16, 19, 22, 18, 20, 15, 21, 23, 19, 18, 23, 22, 20, 17, 19, 23, 21, 24, 22, 23, 20, 22, 21, 18, 16, 19, 22, 23, 20, 24, 21, 19, 24, 16, 20, 23, 24, 18 22, 17, 15, 21, 24, 20, 19, 17, 21, 20, 15, 23, 24, 18, 16, 22, 23, 24, 21, 15, 23, 22, 20, 23, 19, 20, 17, 22, 19, 20, 24, 15, 23, 18, 22, 23, 15, 21, 24, 19, 18, 19, 17, 15, 19, 23, 20, 17, 22, 23, 20, 18, 22, 19, 20, 18, 19, 24, 18, 16, 21, 24, 17, 15, 20, 22, 21, 24, 22, 18, 22, 18, 24, 15, 21.

а) Постройте таблицу частот.

б) Определите моду ряда (самый распространенный размер).

в) Постройте диаграмму частот.

г) Найдите средний размер по этой выборке.

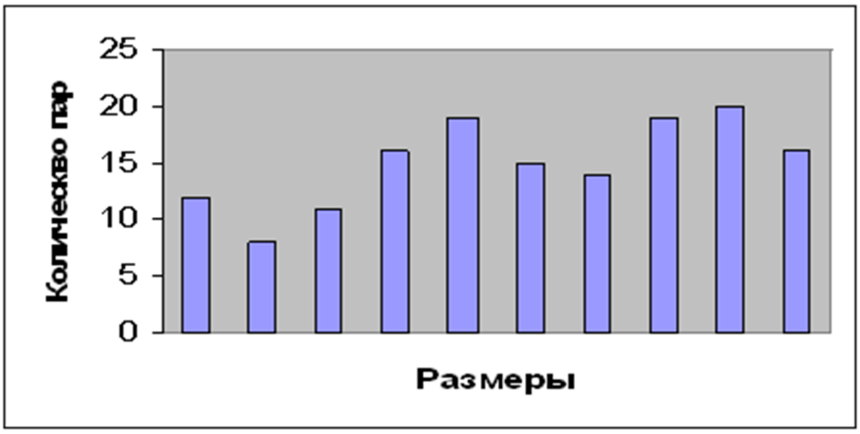
Решение.

а) Сначала при просмотре всей выборки выясним, какие в ней встречаются размеры, и расположим их в порядке возрастания: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24. Далее подсчитаем количество пар каждого размера в выборке (т.е. частоту появления каждого размера) и сведем данные в таблицу

Размер обуви	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Частота	12	8	11	16	19	15	14	19	20	16

б) Мода данного ряда – число 23.

в) Воспользуемся данными таблицы для построения диаграммы частот, в которой по горизонтальной оси отложены номера имеющихся размеров, по вертикальной оси – количество пар каждого размера.



г) Найдем средний размер. Для этого сначала вычислим сумму всех членов ряда: 15 •12 + 16 • 8 + 17• 11 + 18 • 16 + 19 • 19 + 20 • 15 + 21 • 13 + 22 • 19 + 23 • 20 + 24 •16 = 3000, затем общее количество ленов ряда. Это удобно сделать, сложив частоты: 12 + 8 + 11+ +16 + 19 + 15 + 14 + 19 + 20 + 16 = 150, далее, разделив первый результат на второй, получим средний размер: 3000 / 150= 20.

150= 20.

1 вариант.

1. На стол одновременно бросают два игральных тетраэдра, грани каждого из которых пронумерованы числами 1, 2, 3, 4. Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины Х – суммы очков на гранях тетраэдров, касающихся поверхности стола.
2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины Х – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (М) и относительным частотам (W)

50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44
42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины Х, распределение которой представлено в таблице:

Х	11	12	13	14	15
М	3	1	5	6	5

4. Найти размах, моду и медиану выборки:
1, 3, -2, 4, -2, 0, 2, 3, 1, -2, 4
Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

2 вариант.

1. На стол одновременно бросают игральный кубик и игральный тетраэдр (грани которого пронумерованы числами 1, 2, 3, 4). Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины Х – суммы очков, выпавших на кубике и грани тетраэдра, касающейся поверхности стола.
2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины Х – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (М) и относительным частотам (W)

42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48
50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины Х, распределение которой представлено в таблице:

X	23	24	25	26	27	28
M	6	5	2	3	1	3

4. Найти размах, моду и медиану выборки:

0,2 ; 0,4; 0,1; 0,5; 0,1;   0,2; 0,3; 0,5; 0,4; 0,6

Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация учебной дисциплины требует наличия учебного кабинета математики.

Оборудование учебного кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- комплект учебно-наглядных пособий «Математика»;
- объемные модели;
- таблицы.

3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1. Кытманов, А.М. Математика. Адаптационный курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.М. Кытманов, Е.К. Лейнартас, С.Г. Мысливец. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/4866

.

Дополнительные источники:

1. Шипачев, В.С. Начала высшей математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 384 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/5713

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения устного и письменного опросов, проведения практических занятий, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

Результаты обучения	**Формы и методы контроля и оценки результатов обучения**
В результате изучения учебного предмета «Математика» обучающийся научится: **Элементы теории множеств и математической логики** – Оперировать на базовом уровне понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал; – оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; – находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой; – строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями; – распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений; – проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни. **Числа и выражения** – Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб; – оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину; – выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами; – выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел; – сравнивать рациональные числа между собой; – оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях; – изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа; – изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях; – выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений; – выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие; – вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; – изображать схематически угол, величина которого выражена в	Основные методы контроля знаний: текущий, периодический и итоговый контроль. **Текущий контроль** проводится в форме: – устного опроса; – письменного опроса (самостоятельной и контрольной работы); – проверки выполнения письменных домашних работ; – тестирования по темам; – подготовки сообщений; – написания рефератов и творческих работ; – создания презентаций по выбранной тематике. Проверка может быть индивидуальной, фронтальной и комбинированной. **Периодический контроль** в форме: письменной работы по каждому разделу дисциплины. **Итоговый контроль** в форме экзамена.

градусах; – оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов. *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* – выполнять вычисления при решении задач практического характера; – выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств; – соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями; – использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни. **Уравнения и неравенства** – Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения; – решать логарифмические уравнения вида $\log_a(bx + c) = d$ и простейшие неравенства вида $\log_a x < d$; – решать показательные уравнения, вида $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и простейшие неравенства вида $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a);. – приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\mathrm{tg}\, x = a$, $\mathrm{ctg}\, x = a$, где a – табличное значение соответствующей тригонометрической функции. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач **Функции** – Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период; – оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции; – распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций; – соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы; – находить по графику приближённо значения функции в заданных точках; – определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.); – строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.). *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.); – интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации. **Элементы математического анализа**	

– Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции; – определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке; – решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах; – соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.); – использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса. **Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика** – Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения; – оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновозможными элементарными событиями; – вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни; – читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков. **Текстовые задачи** – Решать несложные текстовые задачи разных типов; – анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель; – понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков; – действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи; – использовать логические рассуждения при решении задачи; – работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи; – осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии; – анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; – решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.; – решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью; – решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек; – решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временнóй оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.; – использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.	

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни.

Геометрия

- Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;
- распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;
- использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;
- соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;
- соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера;
- оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников).

Векторы и координаты в пространстве

- Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве;
- находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда.

История математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;
- понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Применять известные методы при решении стандартных математических задач;
- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;
- приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства.

5. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1 семестр обучения. Форма контроля – экзамен
Вопросы для проведения экзамена за 1 семестр

по дисциплине «Математика»

1. Понятие о математическом моделировании.
2. Десятичные приближения действительных чисел. Абсолютная и относительная погрешности, их границы.
3. Верные и сомнительные цифры. Запись приближённых чисел. Округление приближённых чисел.
4. Правила строгого учёта погрешностей при выполнении действий с приближёнными числами.
5. Правила подсчёта цифр при выполнении действий с приближёнными числами.
6. Понятия определителей второго и третьего порядков. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
7. Определение функции. Понятия числовой, обратимой, сложной функций.
8. График функции. Преобразование графиков функций без изменения масштаба.
9. График функции. Преобразование графиков функций с изменения масштаба.
10. График функции. Построение графиков функций, аналитическое выражение которых содержит знак модуля.
11. Свойства монотонности и ограниченности функции.
12. Свойства чётности и нечётности, периодичности функции.
13. Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними.
14. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва.
15. Основные теоремы о пределах, следствия из них.
16. Вычисление предела функции в точке. Правила раскрытия неопределённости вида $0/0$.
17. Предел функции в бесконечности.
18. Вычисление предела функции в бесконечности. Правила раскрытия неопределённостей вида $\frac{\infty}{\infty}$ и $\infty-\infty$.
19. Бесконечная числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Число $\boldsymbol{e}$. Замечательные пределы.
20. Степенная функция с натуральным показателем.
21. Степенная функция с целым отрицательным показателем.
22. Степенная функция с показателем вида $1/n$.

23. Показательная функция, её графики и свойства.
24. Логарифмическая функция, её графики и свойства.
25. Логарифмы и их свойства. Десятичные и натуральные логарифмы.
26. Логарифмирование и потенцирование.
27. Формулы перехода от одного основания логарифма к другому.
28. Решение показательных уравнений и неравенств.
29. Решение логарифмических уравнений и неравенств.
30. Соотношения между градусной и радианной мерами углов.
31. Тригонометрические функции числового аргумента, знаки их значений.
32. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента.
33. Формулы приведения.
34. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов.
35. Тригонометрические функции двойного угла.
36. Тригонометрические функции половинного аргумента.
37. Формулы понижения степени.
38. Преобразование суммы и разности одноимённых тригонометрических функций в произведение.
39. Тригонометрическая функция $y = \sin x$, её график и свойства.
40. Тригонометрическая функция $y = \cos x$, её график и свойства.
41. Тригонометрическая функция $y = tgx$, её график и свойства.
42. Тригонометрическая функция $y = ctgx$, её график и свойства.
43. Обратные тригонометрические функции.
44. Решение простейших тригонометрических уравнений.
45. Решение тригонометрических неравенств $\sin x < a, \quad \sin x > a.$
46. Решение тригонометрических неравенств $\cos x < a, \quad \cos x > a.$
47. Решение тригонометрических неравенств $tgx < a, \quad tgx > a.$
48. Решение тригонометрических неравенств $ctgx < a, \quad ctgx > a.$

Билеты для проведения экзамена за 1 семестр

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Решение показательных уравнений.
2. Решение тригонометрических неравенств cosx<a, cosx>a, если -1<a<0.
3. Решить систему линейных уравнений методом Крамера $\begin{cases} 5x - 9y = -4, \\ 18x - 3y = 15. \end{cases}$
4. Решить уравнение $4^x + 2 \cdot 2^x - 80 = 0$.
5. Упростить выражение $\frac{cosxtg(3\pi+x)tg(\frac{5\pi}{2}-x)}{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Решение показательных неравенств.
2. Решение тригонометрических неравенств sinx<a, sinx>a, если -1<a<0.
3. Решить систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 3x + 5y = 14. \end{cases}$
4. Вычислить $(\frac{1}{2})^{1+\log_2 3}$.
5. Решить уравнение $2\cos^2 x - 3\cos x \sin x + \sin^2 x = 0$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Математика и НТП. Понятие о математическом моделировании. Роль математики в подготовке специалистов.
2. Решение логарифмических уравнений.
3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{5x^2-3x+2}{x^2+2x+1}$.
4. Решить уравнение $3^x - 3^{x-3} = 26$.
5. Построить график функции y=$(x+2)^2 - 1$ и перечислить её свойства.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Десятичные приближения действительных чисел. Абсолютная и относительная погрешности. Запись приближённых чисел.
2. Решение логарифмических неравенств.
3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x^2+x-15}{3x^2+7x-6}$.
4. Решите неравенство $5^{x^2-2} > 0{,}2$.
5. Решите уравнение $tg^2x - 6tgx + 8 = 0$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Верные и сомнительные цифры. Запись приближенных чисел. Округление приближенных чисел.
2. Соотношения между градусной и радианной мерами углов.
3. Решите неравенство $3^{x^2-7x+15} > 27$.
4. Решить уравнение $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{3}$.
5. Упростить выражение(1+sinx)(tgx+ctgx)(1-sinx).

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № _____________
«___» _______________ 20 г.
Председатель ПЦК
____________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Правила строгого учета погрешностей при выполнении действий с приближенными числами.
2. Тригонометрическая функция y=sinx, её график и свойства.
3. Вычислить $25^{-1/2} \cdot \frac{1}{5}^{-2} + 3^{-1} \cdot (-3)^{-2}$.
4. Найти предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{5n} + \frac{3n}{2n+1})$.
5. Решить уравнение $5^{2x+1} = 5^x + 4$.

Преподаватель_______________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № _____________
«___» _______________ 20 г.
Председатель ПЦК
____________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Правила подсчета цифр при выполнении действий с приближенными числами.
2. Тригонометрическая функция y=cosx, её график и свойства.
3. Решить систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} 8x - y = -15, \\ -x + 8y = -6. \end{cases}$
4. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{7}}(4x+1) < -2$.
5. Доказать тождество $\frac{tg^2x}{1+tg^2x} \cdot \frac{1+ctg^2x}{ctg^2x} = tg^2x$.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № _____________
«___» _______________ 20 г.
Председатель ПЦК
____________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Понятие определителя второго порядка. Решение систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными методом Крамера.
2. Тригонометрическая функция y=tgx, её график и свойства.
3. Найти область определения функции y=$\sqrt{\frac{3x-1}{1-x}}$.
4. Найти предел функции $\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{11-x}-\sqrt{11+x}}$.
5. Решить уравнение $2\sin^2x+\sin x=0$.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Понятие определителя третьего порядка. Решение систем трех линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.
2. Тригонометрическая функция y=ctgx её график и свойства.
3. Решить уравнение $\log_3(x^2-3x+11)$=2.
4. Решить неравенство $2^{4x+3}\le\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{x^2}{2}}$.
5. Доказать тождество $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)+\sin(\alpha-\pi)-tg(\alpha-\frac{\pi}{2})-tg(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=0$.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Логарифмы и их свойства. Десятичные и натуральные логарифмы.
2. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента.
3. Найти предел функции $\lim_{x\to -3}\frac{2x^2+x-15}{3x^2+7x-6}$.
4. Найти область определения функции y=$\log_2(x+2)-\sqrt{x+4}$.
5. Решить уравнение $log^2{}_3x-6\log_3 x+8=0$.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Логарифмирование и потенцирование.
2. Тригонометрические функции числового аргумента, знаки их значений.
3. Решить методом Крамера систему уравнений $\begin{cases} 3x - 5y = -2, \\ x + 3y = 4. \end{cases}$
4. Решить неравенство $3^{x^2-7x+12}>1$.
5. Решить уравнение $4cos^2x + sinx - 1 = 0$.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК	УАТ
общеобразовательных дисциплин	ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Протокол № _____________	**Экзаменационный билет**
«___» _______________ 20 г.	по дисциплине «Математика»
Председатель ПЦК	1 курс 1 семестр
____________ Т.А. Иванова	

1. Формулы перехода от одного основания логарифма к другому.
2. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов.
3. Вычислить $\frac{lg8+lg18}{2lg2+lg3}$.
4. Решить уравнение $sin^2x - 10sinxcosx + 21cos^2x$=0.
5. Вычислить периметр прямоугольника, стороны которого 40,43±0,01 (см) и 43,5±0,01 (см). Определить относительную погрешность результата.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б

Рассмотрено на заседании ПЦК	УАТ
общеобразовательных дисциплин	ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Протокол № _____________	**Экзаменационный билет**
«___» _______________ 20 г.	по дисциплине «Математика»
Председатель ПЦК	1 курс 1 семестр
____________ Т.А. Иванова	

1. Определение функции. Понятие числовой, обратимой, сложной функции.
2. Формулы приведения.
3. Найти с точностью до 0,1 сумму чисел 123,340+102,213+513,206+428,623.
4. Найти предел функции $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$.
5. Решить уравнение lg^2x-lgx=2.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. График функции. Преобразования графиков функции без изменения масштаба.
2. Преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.
3. Решить неравенство $3^{x^2-8x+19}>81$.
4. Найти x, если lnx=2ln3+3ln2.
5. Вычислить значения остальных тригонометрических функций, если ctgα=8/15 и $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. График функции. Преобразования графиков функции с изменением масштаба.
2. Тригонометрические функции двойного угла.
3. Найти с точностью 1000 сумму чисел 3245+43675+4537843+3454335.
4. Решить неравенство lg(2-x)>-1.
5. Доказать тождество $\cos(\frac{7\pi}{2}+\alpha)\mathrm{tg}(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)+\mathrm{ctg}(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=\mathrm{tg}\alpha$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Построение графиков функций, аналитическое выражение которых содержит знак модуля.
2. Формулы понижения степени.
3. Вычислить площадь прямоугольника, стороны которого 12,03±0,05 (м) и 34,23±0,03 (м). Определить относительную погрешность результата.
4. Решить уравнение $\ln^2 x-3\ln x-4=0$.
5. Доказать тождество $\frac{tg\alpha}{tg\alpha+ctg\alpha}=sin^2x$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Свойства монотонности и ограниченности функции.
2. Тригонометрические функции половинного аргумента.
3. Вычислить lg5-lg35+lg56.
4. Решить неравенство $3^{x^2}>\frac{1}{3}^{2x-3}$.
5. Решить уравнение $4\cos^2 x+\sin x-1=0$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Свойства чётность и нечётность, периодичности функции.
2. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов.
3. Вычислить $\log_3 72$-$\log_3 \frac{16}{27}$+$\log_3 18$.
4. Решить уравнение 3^x+3^{3-x}=12.
5. Решить неравенство sinx<-$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними.
2. Решение простейших тригонометрических уравнений.
3. Решить систему методом Крамера $\begin{cases} \mathrm{x} + \mathrm{y} + z = 1, \\ x + 2y + 3z = 6, \\ x + y + 5z = 7. \end{cases}$
4. Решить уравнение $\log_3 x$-2$\log_{1/3} x$=6.
5. Решить неравенство $6^{x^2-7\mathrm{x}+12}$>1.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций.
2. Решение тригонометрических неравенств $\cos x<a$, $\cos x>a$, если $0<a<1$.
3. Решить уравнение $2^{x+3}-2^{x}=112$.
4. Решить неравенство $\lg(2-x)<1$.
5. Упростить выражение $\frac{1-sin^2x}{1-cos^2x}:\frac{1+ctg^2x}{1+tg^2x}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Основные теоремы о пределах функций, следствия из них.
2. Решение тригонометрических неравенств $\sin x<a$, $\sin x>a$, если $0<a<1$.
3. Решить уравнение $\cos^2(\pi-x)+8\cos(\pi+x)+7=0$.
4. Решить неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-5x+8}<\frac{1}{9}$.
5. Построить график функции $y=4-x^2$ и перечислить её свойства.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Вычисление предела функции в точке. Правила раскрытия неопределенности вида 0/0.
2. Решение тригонометрических неравенств $tgx<a$, $tgx>a$.
3. Установить четность или нечетность функции f(x)=$\frac{3^x-3^{-x}}{2}$.
4. Решить неравенство $4^{x+2}>5^{\log_5 4}$.
5. Вычислить 2arcsin($-\frac{\sqrt{3}}{2}$)+arctg(-1)+arcos$\frac{\sqrt{2}}{2}$).

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Предел функции в бесконечности.
2. Решение тригонометрических неравенств $ctgx<a$, $ctgx>a$.
3. Вычислить $((\frac{1}{25})^{-1/2}\cdot 7^{-1}-(\frac{1}{8})^{-1/3}\cdot 2^{-2}):49^{-1/2}$.
4. Решить уравнение lg(x^2-2x-4)=lg11.
5. Доказать тождество $\frac{1+cos2x}{1-cos2x}=ctg^2x$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Вычисление пределов функции в бесконечности. Правила раскрытия неопределенностей вида $\frac{\infty}{\infty}$, ∞-∞.
2. Понятие арксинуса числа. Функция y=arcsinx, её график и свойства.
3. Решить уравнение $\log^2{}_5 x - \log_5 x = 2$.
4. Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 0} \frac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$.
5. Решить неравенство $\frac{1}{5^x} \geq 0{,}04$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Бесконечная числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Число е. Замечательные пределы.
2. Понятие арксинуса числа. Функция y=arccosx, её график и свойства.
3. Решить уравнение$\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$.
4. Решить неравенство $\log_{0,5}(2-5x) \leq -2$.
5. Построить y=sin(x-$\frac{\pi}{6}$) и перечислить её свойства.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных дисциплин	УАТ
Протокол № ____________	ФГБОУ ВО «УГАТУ»
«___» ______________ 20 г.	**Экзаменационный билет**
Председатель ПЦК	по дисциплине «Математика»
___________ Т.А. Иванова	1 курс 1 семестр

1. Степенная функция с натуральным показателем, её графики и свойства.
2. Понятие арксинуса числа. Функция y=arctgx, её график и свойства.
3. Решить уравнение $2\log^2{}_4 x + \log_4 x - 3 = 0$.
4. Определить знак выражения $\frac{cos155°\cdot ctg330°}{sin287°\cdot tg135°}$.
5. Решить систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} x - y + 3z = 3, \\ 2x + y - 2x = 1, \\ 3x + 3y + z = 7. \end{cases}$

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК	УАТ
общеобразовательных дисциплин	ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Протокол № ____________	**Экзаменационный билет**
«___» ______________ 20 г.	по дисциплине «Математика»
Председатель ПЦК	1 курс 1 семестр
___________ Т.А. Иванова	

1. Степенная функция с целым отрицательным показателем, её графики и свойства.
2. Понятие арксинуса числа. Функция y=arcctgx, её график и свойства.
3. Решить уравнение $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$.
4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x^2-5x+6}{4x^2-3x+2}$.
5. Решить неравенство $3^{x^2} > 3^{3-2x}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Степенная функция с показателем вида $\frac{1}{n}$, её графики и свойства.
2. Решение простейших тригонометрических уравнений.
3. Решить уравнение $\log^2{}_3 x-2\log_3 x=3$.
4. Решить неравенство $3^{x^2+x} < 10^{lg9}$.
5. Упростить выражение $\frac{2sinx-sin2x}{2sinx+sin2x}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Показательная функция, её графики и свойства.
2. Решение тригонометрических неравенств cosx<a, cosx>a, если -1<a<0.
3. Вычислите площадь прямоугольника со сторонами a=4,56±0,004 м и b=3,2±0,05 м. Найти относительную погрешность.
4. Решить уравнение $\log_2(x^2-3x+10)=3$.
5. Решить неравенство $2^{x^2} > (\frac{1}{2})^{2x-3}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 1 семестр

1. Логарифмическая функция, её графики и свойства.
2. Решение тригонометрических неравенств $sinx<a$, $sinx>a$, если $-1<a<0$.
3. Указать верные и сомнительные цифры числа а) 5,323±0,0008; б) 3,843±0,06.
4. Найти предел функции $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-2x+3}{5-x}$.
5. Вычислить значения остальных тригонометрических функций, если $\cos\alpha=-\frac{9}{41}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой:

Процент результативности (правильных ответов)	**Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений**	
	балл (отметка)	**вербальный аналог**
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Критерии оценки:

- 90 ÷ 100% (5 баллов) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил задание экзаменационного билета: дал правильные ответы на все вопросы и решил все задачи;
- 80 ÷ 89% (4 балла) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил одно практическое задание экзаменационного билета и дал правильный ответ на теоретический вопрос, либо выполнил два практических задания, но не смог правильно ответить на теоретический вопрос;
- 70 ÷ 79 % (3 балла) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил одно практическое задание экзаменационного билета и допустил существенные ошибки при ответе на теоретический вопрос;

– менее 70% (2 балла) присваивается обучающемуся, если он не смог выполнить ни одного практического задания экзаменационного билета.

2 семестр обучения. Форма контроля – экзамен

Вопросы для проведения экзамена за 2 семестр
по дисциплине «Математика»

1. Производная функции, её геометрический и физический смысл.
2. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного двух функций.
3. Правило дифференцирования сложной функции.
4. Вывод формулы производной степени с произвольным показателем.
5. Вывод формул производных тригонометрических функций.
6. Вывод формул производных показательных функций.
7. Вывод формул производных логарифмических функций.
8. Вывод формул производных обратных тригонометрических функций.
9. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Приложения дифференциала к приближённым вычислениям.
10. Условия возрастания и убывания функции.
11. Экстремум функции. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной.
12. Вторая производная и её физический смысл. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
13. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства.
14. Основные формулы интегрирования.
15. Методы интегрирования для нахождения неопределённого интеграла.
16. Определённый интеграл и его геометрический смысл. Основные свойства определённого интеграла.
17. Вычисление определённого интеграла методом замены переменной, формула интегрирования по частям.
18. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.
19. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства.
20. Скалярное произведение векторов и его свойства.
21. Операции над векторами, заданными своими координатами.
22. Формулы координат середины отрезка, расстояния между двумя точками, косинуса угла между векторами в координатах.
23. Условия коллинеарности и перпендикулярности векторов.
24. Основные понятия и аксиомы стереометрии.
25. Следствия из аксиом стереометрии (доказательство одного из них)
26. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Признак параллельности прямых.

27. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости.
28. Взаимное расположение двух плоскостей. Признак параллельности двух плоскостей.
29. Существование плоскости, параллельной данной плоскости.
30. Свойства параллельных плоскостей.
31. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых в пространстве. Свойство перпендикулярных прямых.
32. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
33. Свойства перпендикулярности прямой и плоскости.
34. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах.
35. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей.
36. Параллельное проектирование и его свойства.
37. Ортогональное проецирование на плоскость. Площадь ортогональной проекции многоугольника.
38. Понятие о многограннике. Призма. Виды призм. Боковая поверхность прямой призмы.
39. Параллелепипед, его виды и свойства.
40. Прямоугольный параллелепипед и его свойства.
41. Пирамида. Виды пирамид. Свойства параллельных основанию сечений в пирамиде.
42. Правильная пирамида. Боковая поверхность правильной пирамиды.
43. Правильные многогранники.
44. Цилиндр. Сечения цилиндра плоскостями. Вписанная и описанная призмы.
45. Конус. Сечения конуса плоскостями. Вписанная и описанная пирамиды.
46. Шар. Сечение шара плоскостью. Симметрия шара.
47. Касательная плоскость к шару. Пересечение двух сфер. Вписанные и описанные многогранники.
48. Объёмы и площади поверхностей параллелепипеда и призмы.
49. Объём и площадь поверхности пирамиды. Объёмы подобных тел.
50. Объём и площадь поверхности цилиндра
51. Объёмы и площади поверхностей, конуса, усечённого конуса
52. Общая формула для объёмов тел вращения. Объёмы шара и его частей. Площадь сферы.
53. Понятие о событиях. Виды случайных событий. Частота и вероятность события.
54. Элементы комбинаторики.
55. Сумма событий. Теоремы сложения вероятностей, следствия из них.
56. Произведение событий. Теоремы умножения вероятностей.
57. Формулы полной вероятности, Байеса. Формула Бернулли.
58. Понятие дискретной случайной величины и её закон распределения.

59. Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
60. Дисперсия случайной величины и её свойства.

Билеты для проведения экзамена за 2 семестр

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства.
2.Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах.
3.Найти промежутки возрастания и убывания функции $y=\frac{x^3}{3}-3x^2+8x$.
4.Радиус основания цилиндра 6 см, высота 9 см. Найдите диагональ осевого сечения.
5.Вычислите длину вектора $\overline{AB}$, если даны координаты точек A(2;4;0) и B(3;0;2).

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Основные формулы интегрирования.
2.Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей.
3.Исследуйте функцию $y=3x^4-2x^2$ и постройте её график.
4.Высота цилиндра 5 см, диаметр основания 6 см. Цилиндр пересечён плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от плоскости сечения до оси.
5.При каких значениях m длины векторов $\overline{a}(2m;2;3)$ и $\overline{b}(-6;-2;m)$ будут равны?

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Экстремум функции. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной.
2.Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
3.Вычислите интегралы: а)$\int_{\frac{4}{\sqrt{3}}}^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+16}$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{sinx} cosxdx$.
4.Стороны основания правильной треугольной усечённой пирамиды равны 21 см и 7 см. Найдите высоту пирамиды, если боковая грань с основанием образует угол 60^0.
5. Даны точки А (1;-3;2),В(1;0;1), С(2;-4;0) и D(0;1;-3). Найти координаты вектора, соединяющего середины отрезков АВ и CD.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вторая производная и её физический смысл. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
2.Свойства перпендикулярности прямой и плоскости.
3.Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+3x+4$, $x=-2$, $x=4$, $y=0$.
4.В прямом параллелепипеде стороны основания равны 6 и 10 см, а одна из диагоналей основания 8 см. Найти большую диагональ параллелепипеда, если меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол 60^0.
5. Вычислите скалярное произведение $\overline{a}(2\overline{b}+\overline{a})$, если даны координаты векторов $\overline{a}(2;1;-2)$ и $\overline{b}(0;-1;3)$.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20   г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Производная функции, её геометрический и физический смысл.
2.Основные понятия и аксиомы стереометрии.
3.Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями y=cosx, y=0, x=0 и x=$\frac{\pi}{2}$.
4.Радиусы оснований усеченного конуса R и r. Образующая наклонена к плоскости основания под углом 60^0. Найти площадь боковой поверхности конуса.
5. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, зная закон её распределения:

X	3	2	0	7
p	0,4	0,2	0,1	0,3

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20   г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного двух функций.
2.Следствия из аксиом стереометрии (доказательство одного из них).
3.Вычислите а) $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{sin^2x}-\frac{1}{cos^2x}\right)dx$; б)$\int_0^1\frac{e^t dt}{3+e^t}$.
4. Радиус основания цилиндра 13 см, его высота 10 см. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от неё.
5. Карточки занумерованы всеми двузначными числами. Какова вероятность того, что номер взятой карточки состоит из неодинаковых чисел?

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Дифференциал функции и его геометрический смысл. Приложения дифференциала к приближённым вычислениям.
2.Понятие дискретной случайной величины и её закон распределения.
3.Вычислите интегралы: а) $\int_1^3 (2x^3 - 4x^2 + 1)\,dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(sinx+2)^4}$.

4. Дана четырехугольная пирамида, основание которой – прямоугольник со сторонами 3 и 4 см. Боковые рёбра пирамиды равны 5 см. Найти высоту пирамиды.
5.В первой урне 6 белых и 5 черных шаров, а во второй – 4 белых и 7 черных. Наугад выбирают ящик и шар. Вынутый шар – чёрный. Найти вероятность того, что был выбран первый ящик.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Условия возрастания и убывания функции.
2.Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых в пространстве. Свойство перпендикулярных прямых.
3.Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y= -x^2+4x+3$ и $y=x^2-2x+3$.
4.Дана правильная четырехугольная усечённая пирамида с высотой 12 см. стороны оснований равны $20\sqrt{2}$ и $4\sqrt{2}$ см. Найти боковое ребро пирамиды.
5. Вычислите длину вектора $3\bar{a}-2\bar{b}$, если $\bar{a}(2;0;-1)$ и $\bar{b}(0;3;2)$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Правило дифференцирования сложной функции.
2.Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Признак параллельности прямых.
3. Найдите ту первообразную функции $f(x)=e^{2x}-\cos x$, график которой проходит через начало координат.
4. в основании прямого параллелепипеда лежит ромб со стороной 8 см и острым углом 60^0. Найти объём параллелепипеда, если его меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол 60^0 .
5. Вероятность попадания в мишень 0,6. Стрелок сделал серию из 4 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом было ровно 3 попадания?

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вывод формул производных тригонометрических функций.
2.Взаимное расположение двух плоскостей. Признак параллельности двух плоскостей.
3. Найти интегралы: а) $\int (e^x + 3x)dx$; б) $\int \sqrt[5]{(3x^3+1)^2}\, x^2 dx$.
4. Площадь осевого сечения цилиндра равна $\frac{4}{\pi}$ м². Найти площадь его боковой поверхности.
5.Какова вероятность того, что наудачу выбранное число от 1 до 40 (включительно) является делителем числа 40?

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вывод формулы производной степени с произвольным показателем.
2.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости.
3. Для функции f(x)=3(x+2) найдите её первообразную, которая проходит через точку (2;0).
4.Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания 4 и 6 см, а диагональ параллелепипеда $\sqrt{152}$.
5. Даны координаты точек A (1;0;3), B(-2;3;0), C (0;-1;2) и D(-1;3;2). Вычислите координаты вектора $\overline{n}=\overline{BA}+\overline{CD}$.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вывод формул производных показательных функций.
2.Существование плоскости, параллельной данной плоскости.
3. Найдите интегралы: а) $\int(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+4)dx$; б) $\int\frac{x^2dx}{x^3+2}$.
4.Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна $7\sqrt{2}$ см и образует с плоскостью основания угол 45^0. Найти площадь боковой поверхности параллелепипеда, если площадь его основания равна 15 см.
5. При каком значении m векторы $\overline{a}(6;m+1;1)$ и $\overline{b}(-8;2;3m)$ будут взаимноперпендикулярны?

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Дисперсия случайной величины и её свойства.
2.Объёмы и площади поверхностей параллелепипеда и призмы.
3.Соствьте уравнение кривой проходящей через точку (-2;8), если угловой коэффициент в любой точке касания равен 2x-4.
4. Найдите площадь проекции круга на плоскость, образующую с плоскостью круга угол 45^0. Радиус круга равен 3 м.
5. Вычислите скалярное произведение $4\overline{a}(\frac{1}{3}\overline{b}+\overline{a})$, если даны координаты векторов $\overline{a}$(0;-2;1) и $\overline{b}$(0;-3;6).

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20   г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Условия коллинеарности и перпендикулярности векторов.
2.Объём и площадь поверхности пирамиды. Объёмы подобных тел.
3. Найдите производные функций: а) $y=e^{5x^2+3}$; б) $y=\frac{x^3}{5-x^2}$.
4. Дан равнобедренный треугольник с основанием 12 см и боковой стороной 10 см. Из центра вписанного круга восстановлен перпендикуляр к плоскости круга длиной 4 см. Найдите расстояние от конца этого перпендикуляра до сторон треугольника.
5.В урне 6 черных, 4 красных и 8 белых шара. Последовательно вынимают 3 шара. Найдите вероятность того, что первый шар окажется черным, второй – красным, третий – белым.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Формулы полной вероятности, Байеса. Формула Бернулли.
2.Касательная плоскость к шару. Пересечение двух сфер. Вписанные и описанные многогранники.
3.Вычислите определенные интегралы: а) $\int_0^2 (3x^3+2)^5 x^2 dx$; б) $\int_1^e xlnxdx$.
4. Треугольник задан вершинами A(2;1;0), B (2;-2;1) и C(-2;0;1). Найти угол B этого треугольника.
5. Отрезок AB_1- проекция отрезка AB на плоскость α. Точка C делит отрезок AB в отношении 1:2, считая от точки A. Найдите расстояние от точки C до плоскости α, если BB_1=9 см.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Произведение событий. Теоремы умножения вероятностей.
2.Шар. Сечение шара плоскостью. Симметрия шара.
3.Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону $v=2t^2+3$. Найти закон движения S, если за время t=2с точка прошла 30 м.
4. Через центр квадрата ABCD, сторона которого равна 5 см, проведен к плоскости квадрата перпендикуляр MO, равный $2\sqrt{2}$ см. Вычислите расстояние от точки M до вершин квадрата.
5.Даны разложения векторов по базису ($\vec{i}$:$\vec{j}$; $\vec{k}$): $\vec{a} = 2\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$. Найти а) $\vec{a}+\vec{b}$; б) $3\vec{a}\vec{b}$.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Элементы комбинаторики.
2.Цилиндр. Сечения цилиндра плоскостями. Вписанная и описанная призмы.
3.Вычислить значение производной функции f(x)=($x^3 - 3x$)cosx в точке x=0.
4. Объём цилиндра равен 60π см³, а площадь осевого сечения 24 см². Найти радиус основания цилиндра.
5. В ящике находятся 12 стандартных и 4 нестандартных деталей. Найти вероятность того, что три наудачу вынутых одна за другой деталей окажутся стандартными.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Сумма событий. Теоремы сложения вероятностей, следствия из них.
2.Конус. Сечения конуса плоскостями. Вписанная и описанная пирамиды.
3.Найти функцию по её дифференциалу dy=($4x^3 - 3x^2 + 2x - 5$)dx, если функция принимает значение 2 при x=2.
4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 6 и 8 см. Площадь боковой поверхности 560 см². Найти объём параллелепипеда.
5.Вычислить угол между векторами: $\vec{a} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}$.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Понятие о событиях. Виды случайных событий. Частота и вероятность события.
2.Правильные многогранники.
3. Закон прямолинейного движения тела определяется формулой $S=3t^3+2t^2+6t$. Найти скорость и ускорение тела в конце 3-й секунды.
4. Отрезок A_1B_1- проекция отрезка AB на плоскость α. Точка C делит отрезок AB в отношении 1:3, считая от точки A. Вычислите расстояние от точки D до плоскости α, если BB_1=7 см, AA_1=5 см.
5.Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}(3;4;0)$ и$\vec{b}$(1;3;2).

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.
2.Пирамида. Виды пирамид. Свойства параллельных основанию сечений в пирамиде.
3.Найти производные функций: а) $y=(4x^2-3x)^7$; б) $y=(3x-1)(x^2+2x-1)$.
4. Шар пересечён плоскостью на расстоянии 4 см от центра шара. Радиус сечения шара 5 см. Найти объём шара.
5. В треугольнике ABC даны координаты вершин A(-4;2;-3), B(-1;2;3) и C (-1;2;3). Вычислить периметр треугольника.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
2.Параллельное проектирование и его свойства.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y=-x^3+9x^2-24x+10$ на отрезе [0;3].
4.Из точки, лежащей вне плоскости, проведены к этой плоскости две наклонные, сумма длин которых равна 12 см. Проекции этих наклонных на плоскость 1 см и 7 см. Найти длину каждой наклонной и угол между плоскостью и большей наклонной.
5. Даны точки A(-1;2;2),B(4;2;2),C(-4;-2;2),D(1;7;2). Вычислите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и$\overrightarrow{CD}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Методы интегрирования для нахождения неопределённого интеграла.
2.Ортогональное проецирование на плоскость. Площадь ортогональной проекции многоугольника.
3.Напишите уравнение касательной к графику функции $y=xe^{x-1}$ в точке с абсциссой x=1.
4.Из точки А, находящейся на расстоянии АО=1 см от плоскости α, проведены две наклонные АС=$\sqrt{37}$ см и АВ=$\sqrt{65}$ см, причем ВО перпендикулярно ОС. Найдите расстояние от точки О до ВС.
5.В НИИ работает 100 человек, из них 50 знают английский язык, 40 – немецкий, а 30 знают оба. Какова вероятность того, что наудачу выбранный сотрудник не знает ни одного языка?

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Определённый интеграл и его геометрический смысл. Основные свойства определённого интеграла.
2.Понятие о многограннике. Призма. Виды призм. Боковая поверхность прямой призмы.
3.Тело движется по закону $S= - t^3+6t^2+4t-10$. В какой момент времени его ускорение будет равно 4 $м/с^2$?
4. Стороны прямоугольника равны 3 и 6 см. Найдите площадь поверхности и объём тела, полученного при вращении прямоугольника вокруг его меньшей стороны.
5. На двух автоматах производятся детали, которые поступают в общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат в среднем производится 60% деталей первого сорта, а второго 70%. Взятая наудачу деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20 г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вычисление определённого интеграла методом замены переменной, формула интегрирования по частям.
2.Параллелепипед, его виды и свойства.
3.Найти промежутки возрастания и убывания функции $y=x^3+3x^2-9x+3$.
4.Из точки К, удалённой от плоскости α на расстоянии 9 см, проведены к плоскости α наклонные KL и KM(точкиL и M - основания наклонных), образующие между собой прямой угол, а с плоскостью углы 45^0 и 30^0 соответственно. Вычислите расстояние между основаниями наклонных.
5. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что из шести посеянных семян взойдет три?

Преподаватель _________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вывод формул производных обратных тригонометрических функций.
2.Скалярное произведение векторов и его свойства.
3.Вычислить: а) $\int_0^2 (3x^3+2)dx$; б) $\int_0^1 \frac{3x^2dx}{(x^3-1)^2}$.
4. Объём правильной треугольной призмы равен $3\sqrt{3}$ см³. Радиус окружности, описанной около основания призмы, равен $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. Найдите высоту.
5. На склад поступили детали с трёх станков. На первом станке изготовлено 50% деталей от их общего количества, на втором 25% и на третьем 35%, причем на первом станке было изготовлено 80% деталей первого сорта, на втором 70% и на третьем – 60%. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется первого сорта?

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Вывод формул производных логарифмических функций.
2.Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства.
3.Найти интегралы: а) $\int (e^x+3x)dx$; б) $\int \sqrt[5]{(3x^3+1)^2}\, x^2dx$.
4.Отрезок A_1B_1- проекция отрезка AB на плоскость α. Точка C делит отрезок AB в отношении 1:3, считая от точки A. Вычислите расстояние от точки D до плоскости α, если BB_1=7 см, AA_1=5 см.
5.В первой урне 6 белых и 5 черных шаров, а во второй – 4 белых и 7 черных. Наугад выбирают ящик и шар. Вынутый шар – чёрный. Найти вероятность того, что был выбран первый ящик.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Скалярное произведение векторов и его свойства.
2.Общая формула для объёмов тел вращения. Объёмы шара и его частей. Площадь сферы.
3. Исследуйте функцию $y=3x^4-2x^2$ и постройте её график.
4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 6 и 8 см. Площадь боковой поверхности 560 см². Найти объём параллелепипеда.
5. Вычислить угол между векторами: $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № ____________
«___» ______________ 20 г.
Председатель ПЦК
___________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Понятие вектора. Операции над векторами, заданными своими координатами.
2.Свойства параллельных плоскостей.
3. Найти промежутки возрастания и убывания функции $y=\frac{x^3}{3}-3x^2+8x$.
4. Через центр квадрата ABCD, сторона которого равна 5 см, проведен к плоскости квадрата перпендикуляр MO, равный $2\sqrt{2}$ см. Вычислите расстояние от точки M до вершин квадрата.
5.Карточки занумерованы всеми двузначными числами. Какова вероятность того, что номер взятой карточки состоит из неодинаковых чисел?

Преподаватель ___________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20   г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Формулы координат середины отрезка, расстояния между двумя точками, косинуса угла между векторами в координатах.
2.Объём и площадь поверхности цилиндра.
3. Найдите производные функций: а) $y=e^{5x^2+3}$; б) $y=\frac{x^3}{5-x^2}$.
4. Из точки K, удалённой от плоскости α на расстоянии 9 см, проведены к плоскости α наклонные KL и KM(точкиL и M - основания наклонных), образующие между собой прямой угол, а с плоскостью углы 45^0 и 30^0 соответственно. Вычислите расстояние между основаниями наклонных.
5. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что из шести посеянных семян взойдет три?

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Рассмотрено на заседании
ПЦК общеобразовательных
дисциплин
Протокол № ___________
«___» _____________ 20   г.
Председатель ПЦК
__________ Т.А. Иванова

УАТ
ФГБОУ ВО «УГАТУ»
Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
1 курс 2 семестр

1.Объёмы и площади поверхностей, конуса, усечённого конуса.
2.Основное формулы интегрирования. Непосредственное интегрирование.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y=-x^3+9x^2-24x+10$ на отрезе [0;3].
4. Из точки, лежащей вне плоскости, проведены к этой плоскости две наклонные, сумма длин которых равна 12 см. Проекции этих наклонных на плоскость 1 см и 7 см. Найти длину каждой наклонной и угол между плоскостью и большей наклонной.
5. Даны точки A(-1;2;2),B(4;2;2),C(-4;-2;2),D(1;7;2). Вычислите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и$\overrightarrow{CD}$.

Преподаватель __________________ Валеева Л.Б.

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой:

Процент результативности (правильных ответов)	**Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений**	
	балл (отметка)	**вербальный аналог**
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Критерии оценки:

- 90 ÷ 100% (5 баллов) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил задание экзаменационного билета: дал правильные ответы на все вопросы и решил все задачи;
- 80 ÷ 89% (4 балла) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил одно практическое задание экзаменационного билета и дал правильный ответ на теоретический вопрос, либо выполнил два практических задания, но не смог правильно ответить на теоретический вопрос;
- 70 ÷ 79 % (3 балла) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил одно практическое задание экзаменационного билета и допустил существенные ошибки при ответе на теоретический вопрос;
- менее 70% (2 балла) присваивается обучающемуся, если он не смог выполнить ни одного практического задания экзаменационного билета.

6.АДАПТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ (ОВЗ)

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Контрольно-измерительные материалы учебной дисциплины

Математика

для специальности 09.02.05 «Прикладная информатика (по отраслям)»

Форма обучения: очная

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Контрольно-измерительные материалы разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика» для специальностей среднего профессионального образования.

Практические работы предназначены для обучающихся 1 курса. Задания подобраны таким образом, чтобы можно было проверить усвоение обучающимися соответствующих знаний и умений.

Предлагаются практические работы по оценке качества подготовки обучающихся. Практические работы составлены для двух вариантов, с помощью которых преподаватель может проверить качество усвоения пройденного материала.

2. КОДИФИКАТОР ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Код раздела	**Код контролируемого элемента (темы)**	**Элементы содержания, проверяемые задания КИМ**	**№ варианта, задания**
1	**2**	**3**	**4**
1		**Алгебра**	
	1	**Развитие понятия о числе**	
	1.2	Абсолютная погрешность	В1-1,3,4,5 В2-1,3,4,5
	1.2	Относительная погрешность	В1-1,2,3,4,5 В2-1,2,3,4,5
	2	**Уравнения, неравенства, системы**	
	2.1	Линейные уравнения и неравенства с одной переменной. Системы линейных неравенств с одной переменной.	В1-1 В2-1
	2.4	Понятие определителей второго и третьего порядка. Решение систем линейных уравнений методом Крамера	В1-2 В2-2
	2.5	Решение квадратных уравнений и уравнений, приводимых к ним.	В1-3,4 В2-3,4
	2.7	Иррациональные уравнения и неравенства с одной переменной	В1-5 В2-5
	3	**Корни, степени и логарифмы**	
	3.3	Логарифмы и их свойства.	В1-1,2,3 В2-1,2,3
	4	**Функции, их свойства и графики**	
	4.4	Предел функции	В1-1,2,3,4,5 В2-1,2,3,4,5
	5	**Степенные, показательные и логарифмические функции**	
	5.4	Показательные уравнения и неравенства	В1-1,3 В2-1,3
	5.5	Логарифмические уравнения и неравенства	В1-2,4,5 В2-2,4,5
	6	**Тригонометрические функции**	
	6.1	Тригонометрические функции числового аргумента, их знаки, числовые значения	В1-1,2,3,4,5 В2-1,2,3,4,5
	6.2	Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента	В1-3,4,5 В2-3,4,5
	6.6	Тригонометрические уравнения	В1-2,3,4,5 В2-2,3,4,5
	6.7	Тригонометрические неравенства	В1-1 В2-1
	6.8	Формулы приведения	В1-1,2,3,4,5 В2-1,2,3,4,5
	6.10	Тригонометрические функции	В1-1,2,3,4,5

		удвоенного и половинного аргументов	B2-1,2,3,4,5
	2	**Начало математического анализа**	
	1	**Производная и её приложения**	
	1.1	Производная функции	B1-1,2,3,4,5 B2-1,2,3,4,5
	1.1	Физические приложения производной	B1-5 B2-5
	1.2	Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций	B1-1,2,3,4,5 B2-1,2,3,4,5
	1.3	Правило дифференцирования сложной функции	B1-2,3,4 B2-2,3,4
	1.7	Условия возрастания и убывания функции	B1-1,2,3,4,5 B2-1,2,3,4,5
	1.8	Экстремум функции	B1-2 B2-2
	1.10	Выпуклость графика функции	B1-3 B2-3
	2	**Интеграл и его приложения**	
	2.2	Основные формулы интегрирования	B1-1,2,3,4,5 B2-1,2,3,4,5
	2.3	Геометрические приложения неопределенного интеграла	B1-4 B2-4
	2.3	Физические приложения неопределенного интеграла	B1-5 B2-5
	2.4	Интегрирование методом замены переменной	B1-2 B2-2
	2.5	Интегрирование по частям	B1-3 B2-3
	2.7	Вычисление определенного интеграла методами замены переменной	B1-1,2 B2-1,2
	2.7	Вычисление определенного интеграла по частям	B1-3 B2-3
	2.8	Применение определенного интеграла для вычисления площадей плоских фигур	B1-4,5 B2-4,5
3		**Геометрия**	
	1	**Координаты и векторы**	
	1.2	Операции над векторами, заданными своими координатами на плоскости и в пространстве	B1-1,2,3 B2-1,2,3
	2	**Прямые и плоскости в пространстве**	
	2.1	Свойства прямых и плоскостей в пространстве	B1-1,2 B2-1,2
	3	**Многогранники**	
	3.2	Призма, свойства призмы	B1-1 B2-1,
	3.6	Пирамида, свойства пирамиды	B1-2 B2-2
	4	**Тела и поверхности вращения**	
	4.1	Цилиндр	B1-1 B2-1

	4.2	Конус	В1-2 В2-2
	4.3	Шар	В1-2 В2-2
	5	**Объёмы и площади поверхностей геометрических тел**	
	5.2	Объём пирамиды	В1-1 В2-1
	5.3	Объём цилиндра	В1-2 В2-2
	5.4	Объём конуса	В1-3 В2-3
	5.5	Объём шара	В1-3 В2-3
4		**Комбинаторика, статистика и теория вероятностей**	
	1	**Элементы комбинаторики**	
	1.1	Подсчет числа комбинаций	В1-1,2,3 В2-1,2,3
	2	**Элементы теории вероятностей и математической статистики**	
	2.1	Классическое определение вероятностей.	В1-1 В2-1
	2.2	Теоремы сложения и умножения вероятностей	В1-2 В2-2
	2.3	Формула полной вероятности	В1-3 В2-3

3. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Прикладные задачи со строгим учётом погрешностей. Вычисления с наперёд заданной точностью.

Вариант 1.

1.Вычислите сумму а= $\sqrt{3}+\sqrt{7}$, взяв приближенные значения корней с точностью до 0,001. Найдите ε.

1	2	3
а=4,38 ε=0,02%	*а=4,00 ε=0,05%*	*а=5,00 ε=0,07%*

2.Вычислите площадь параллелограмма, если а=68,7 и h=52,6. Укажите верные цифры ответа.

1	2	3
3800, верные цифры 3 и 8	*3600, верные цифры 3 и 6*	*4000, верные цифры 4*

3.Найдите границу абсолютной погрешности произведения двух приближенных значений чисел а=7,36±0,004 и b=8,61±0,005.

1	2	3
63±0,6	*63,4±0,1*	*64±0,1*

4.Вычислите относительную погрешность $\sqrt{38,9}$

1	2	3
0,4%	*0,2%*	*0,1%*

5.С какой точностью надо измерить радиус круга, чтобы относительная погрешность площади круга не превышала 0,5%? Грубое приближенное значение R=8 м.

1	2	3
до 0,02 м	*до 0,04 м*	*до 0,01 м*

Вариант 2.

1.Вычислите разность а= $\sqrt{11}-\sqrt{7}$ с четыремя значащими цифрами. Найдите ε.

1	2	3
а=0,6 ε=0,2%	*а=0,7 ε=0,5%*	*а=0,67 ε=0,15%*

2.Вычислите площадь прямоугольника, а=78,6 и h=48,7. Укажите верные цифры ответа.

1	2	3
3900, верные цифры 3 и 9	*3800, верные цифры 3 и 8*	*3500, верные цифры 3 и 5*

3. Вычислите X=(a+b)/c, если a=82,6, b=93,8 и c=61,9. Укажите границу абсолютной погрешности.

1	2	3

2,85±0,004	*2,00±0,001*	*3,85±0,004*

4. Вычислите относительную погрешность $\sqrt[3]{68{,}4}$.

1	2	3
0,08%	*0,05%*	*0,02%*

5.С какой точностью надо измерить сторону квадрата, чтобы относительная погрешность площади квадрата не превышала 1%? Приближенное значение стороны квадрата а=9 м.

1	2	3
до 0,05	*до 0,01*	*до 0,08*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*1)а=4,38* *ε=0,02%*	*3)а=0,67* *ε=0,15%*
2	*2)3600, верные цифры 3 и 6*	*2)3800, верные цифры 3 и 8*
3	*2)63,4±0,1*	*1)2,85±0,004*
4	*3)0,1%*	*3)0,02%*
5	*1)до 0,02 м*	*1)до 0,05*

Уравнения, неравенства, системы

Вариант 1.

1.Решите систему неравенств.

$$\begin{cases} 5 - x > 2x - 4, \\ 3x - 7 < 3 - 2x. \end{cases}$$

1	2	3
-∞<x<2	-∞<x<4	-∞<x<5

2.Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 2x - 7y = -8, \\ 3x + 2y = 13. \end{cases}$$

1	2	3
(3;6)	*(3;2)*	*(7;2)*

3.Решите уравнение
$x^3-2x^2-5x+6=0$.

1	2	3
-2	*-2;1*	*-2;1;3*

4.Решите квадратное неравенство
$5x^2-24x+16\geq0$.

1	2	3

$-\infty<x<2$ или $4\le x<\infty$	$-\infty<x<0{,}8$ или $4\le x<\infty$	$-\infty<x<0{,}8$ или $8\le x<\infty$

5.Решите систему

$$\begin{cases} x^2+y^2+x+y=68, \\ x^2-y^2+x-y=44. \end{cases}$$

1	2	3
(-8;-4), (-8;3), (7;-4), (7;3)	*(-8;-4), (-8;3),(7;-4)*	*(-8;3),(7;-4), (7;3)*

Вариант 2.

1.Решите систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{2x}{3}-\frac{3}{4}>\frac{x}{2}+\frac{5}{3}, \\ 7x-3>4x+2. \end{cases}$$

1	2	3
$14{,}5<x<+\infty$	$20<x<+\infty$	$17<x<+\infty$

2.Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 7x-5y=13, \\ 4x-3y=7. \end{cases}$$

1	2	3
(4;9)	*(4;3)*	*(1;3)*

3.Решите уравнение

$x^3-2x^2-x+2=0$.

1	2	3
-1;1;2	*-1;1*	*1;2*

4.Решите квадратное неравенство

$3x^2-13x-10\le 0$.

1	2	3
$-3\le x\le 5$	$-2/3\le x\le 8$	$-2/3\le x\le 5$

5.Решите систему

$$\begin{cases} x^2-xy=4, \\ y^2-xy=-3. \end{cases}$$

1	2	3
(-4;-3), (4;3)	*(-8;-4), (4;3)*	*(-5;-2), (4;3)*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*1)*$-\infty<x<2$	*2)*$14{,}5<x<+\infty$
2	*2)(3;2)*	*3)(4;3)*
3	*3) -2;1;3*	*1)-1;1;2*
4	*2)* $-\infty<x<0{,}8$ или $4\le x<\infty$	*3)* $-2/3\le x\le 5$

5	*1) (-8;-4), (-8;3),(7;-4), (7;3)*	*1) (-4;-3), (4;3)*

Вычисление логарифмов. Преобразование логарифмических выражений.

Вариант 1

1.Вычислить: а) $\log_{12} 225$; б) $\log_{16} \frac{1}{16}$

1	2	3
а) 2; б)- 1	*а) 7; б)- 1*	*а) 2; б)5*

2.Вычислить: ln8-ln4+ln$\sqrt{100}$

1	2	3
ln5	*ln2*	*ln6*

3.Решите уравнение: $\log_5(x+3) = 2 - \log_5(2x+1)$

1	2	3
2; 6	*6; 5,5*	*2; 5,5*

Вариант 2

1.Вычислить: а)$\log_2 8$; б)10^{lg4}

1	2	3
а)3; б)6	*а)3; б)4*	*а)7; б)4*

2.Вычислить: $\log_6 3$-$\log_{\frac{1}{6}} 2$

1	2	3
2	0	*1*

3.Решите уравнение: $\log_3(2x-5) + \log_3(2x-3) = 1$

1	2	3
3	2	*0*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*1)а) 2; б)- 1*	*2)а)3; б)4*
2	*2)ln2*	*3)1*
3	*3)2; 5,5*	*1)3*

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

<u>Вариант 1</u>

1. Решите уравнение

$3^{2x-3} - 9^{x-1} + 3^{2x}$=675.

1	2	3
2	*3*	*1*

2. Решите уравнение

$\frac{(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 2}{\log_2 x + 1}$=1

1	2	3
3	*8*	*7*

3. Решите неравенство

$2^x + 2^{1-x} < 3$.

1	2	3
0<x<4	*0<x<6*	*0<x<1*

4. Решите неравенство

$\log_3|2x - 7| < 1$.

1	2	3
2<x<4 или 4,5<x<5	*3<x<7/2 или 7/2<x<7*	*2<x<7/2 или 7/2<x<5*

5.Дано: $\log_7 2$=m. Найдите $\log_{49} 28$.

1	2	3
(2m+1)/6	*(2m+1)/2*	*(2m+1)/7*

<u>Вариант 2</u>

1. Решите уравнение

$$4^{x+1,5} + 7 * 2^{x+1} = 4.$$

1	2	3
-2	1	*2*

2. Решите уравнение

$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$

1	2	3
1	$\sqrt{3}$	*2*

3. Решите неравенство

$\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-3}<(0{,}81)^{-2x}$

1	2	3
-1/3<x<3	*-1/3<x<7*	*-1/3<x<9*

4. Решите неравенство

$\log_{\frac{1}{2}}\frac{2x-1}{x+1}>1.$

1	2	3
1/2<x<5	*1/2<x<1*	*1/2<x<8*

5.Дано: lg3=a, lg5=b. Найдите $\log_{15} 30$.

1	2	3
(a+9)/(a+в)	*(a+6)/(a+в)*	*(a+1)/(a+в)*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*2)3*	*1)-2*
2	*2)8*	*2)*$\sqrt{3}$
3	*3)0<x<1*	*1)-1/3<x<3*
4	*3)2<x<7/2 или 7/2<x<5*	*2)1/2<x<1*
5	*2)(2m+1)/2*	*3)(a+1)/(a+в)*

Предел функции

<u>Вариант 1</u>

Вычислите пределы

1. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$

1	2	3
2	*13/14*	*-1*

2. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$

1	2	3
1	0	*3*

3. $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{3x^2}$

1	2	3
1/9	2	*1*

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3+x+1}{3x^3+x^2+1}$

1	2	3
1	*2/3*	*-1*

5. $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})^x$

1	2	3
1	e^{-2}	*0*

<u>Вариант 2</u>

Вычислите пределы

1. $\lim\limits_{x\to1}\frac{4x^2-7x+3}{3x^2-2x-1}$

1	2	3
1/4	2	*-2*

2. $\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}$

1	2	3
0	$\sqrt{3}$	*1*

3. $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

1	2	3
1	0	*1/2*

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4-x^3+2x}{x^4-8x^3+1}$

1	2	3
2	*5*	*1*

5. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{3}{x})^{-x}$

1	2	3
e^{-3}	1	*-1*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*2)13/14*	*1)1/4*
2	*3)3*	*2)*$\sqrt{3}$
3	*1)1/9*	*3)1/2*
4	*2)2/3*	*2)5*
5	2)e^{-2}	1)e^{-3}

Применение соотношений между тригонометрическими функциями одного аргумента

<u>Вариант 1</u>

1.Вычислите

$$\frac{\left(sin\frac{\pi}{4}+cos\frac{3\pi}{2}\right)tg\frac{\pi}{3}}{ctg\frac{\pi}{6}-ctg\frac{\pi}{2}}$$

1	2	3
0	$\sqrt{2}/2$	*1*

2.Определите знак выражения

$$\frac{cos100°tg250°}{sin300°ctg100°}$$

1	2	3
«-»	0	*«+»*

3.Вычислите значения остальных тригонометрических функций угла α, если sin α=-$\frac{3}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < α < 2\pi$

1	2	3
cosα=4/5, tgα=-3/4, ctgα=0	cosα=0, tgα=-3/4, ctgα=-4/5	cosα=4/5, tgα=-3/4, ctgα=-4/5

4.Вычислите значения остальных тригонометрических функций угла α, если ctgα=$\frac{\sqrt{3}}{3}$ и $\pi < α < \frac{3\pi}{2}$.

1	2	3
sin α=- $\sqrt{3}$/2, cosα=0, tgα= $\sqrt{3}$	sin α=- $\sqrt{3}$/2, cosα=-1/2, tgα= $\sqrt{3}$	sin α=0, cosα=-1/2, tgα= $\sqrt{3}$

5. Докажите тождество $\frac{tgα}{1-tg^2α}\frac{ctg^2α-1}{ctgα} = 1$ и укажите допустимыее значения для α.

1	2	3
α≠πк/4	α≠πк/8	α≠πк/6

Вариант 2

1.Вычислите

$$\frac{2tg\frac{\pi}{4}\left(tg\frac{\pi}{3}+cos\frac{\pi}{6}\right)}{cos\pi-2sin\frac{3\pi}{2}}$$

1	2	3
1	0	$5\sqrt{3}/2$

2.Определите знак выражения

$$\frac{tg150°sin200°}{cos320°ctg140°}$$

1	2	3
«-»	«+»	*0*

3.Вычислите значения остальных тригонометрических функций угла α, если cosα=-$\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < α < \pi$

1	2	3
sin α=3/5, tgα=-3/4, ctgα=0	sin α=3/5, tgα=-3/4, ctgα=-4/3	sin α=0, tgα=-3/4, ctgα=-4/3

4.Вычислите значения остальных тригонометрических функций угла α, если tgα= $\sqrt{3}$ и $\pi < α < \frac{3\pi}{2}$

1	2	3
sin α=- $\sqrt{3}$/2, cosα=-1/2, ctgα= $\sqrt{3}$/2/3	sin α=- $\sqrt{3}$/2, cosα=-1/2, ctgα= 0	sin α=0, cosα=-1/2, ctgα= $\sqrt{3}$/2/3

5. Докажите тождество $\frac{tgα}{1-ctgα}\frac{ctg^2α}{1+tgα} = tgα + \text{ctg}α - 1$ и укажите допустимые значения для α.

1	2	3
α≠πк/2 α≠-π/4+πn	α≠πк/2 α≠-π/4+2πn	α≠πк/5 α≠-π/4+πn

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*2)*$\sqrt{2}$/2	3)5$\sqrt{3}$/2
2	*1)«-»*	*1)«-»*
3	3)cosα=4/5, tgα=-3/4, ctgα=-4/5	2)sin α=3/5, tgα=-3/4, ctgα=-4/3
4	2)sin α=- $\sqrt{3}$/2, cosα=-1/2, tgα= $\sqrt{3}$	1)sin α=- $\sqrt{3}$/2, cosα=-1/2, ctgα= $\sqrt{3}$/2/3
5	*1)*α≠πк/4	*1)*α≠πк/2 α≠-π/4+πn

Тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 1

Решите уравнения и неравенства

1)sin$\frac{x}{2}$<0;

1	2	3
(2k-1)2π<x<4πk	*(2k-1)2π<x<3πk*	*(2k-1)5π<x<4πk*

2)cos$\frac{x}{2}$=0;

1	2	3

0	*π(2k+1)*	*3π(2k+1)*

3)sin3x=0,5;

1	2	3
(-1)π/14+πk/3	*(-1)π/18+πk/4*	*(-1)π/18+πk/3*

4)2cosx+tgx-2tgxcosx-1=0;

1	2	3
π/6+πk, ±π/3+2πk	*π/4+πk, ±π/6+2πk*	*π/4+πk, ±π/3+2πk*

5)$2\sin^2 x - 3cos^2 x + sinxcosx = 0.$

1	2	3
π/4+πk, -arctg(3/4)+ πk	*π/4+πk, -arctg(3/2)+ πk*	*π/3+πk, -arctg(3/2)+ πk*

Вариант 2

Решите уравнения и неравенства

1)ctgx$>\sqrt{3}$;

1	2	3
πk<x<π/6+πk	*πk<x<5π/6+πk*	*πk<x<5π/3+πk*

2)3sin($\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}$)=$\frac{3}{2}$;

1	2	3
(-1)π/3- π/2+2πk	*(-1)π/3- π/6+2πk*	*(-1)π/3- π/3+2πk*

3)cos2xtgx=0;

1	2	3
π/4+πk/2, πk	*π/4+πk/2, 2πk*	*π/6+πk/2, πk*

4)4sin ^{3}x+4sin ^{2}x-3sinx-3=0;

1	2	3
-π/6+2πk, ±π/3+πk	*-π/2+2πk, ±π/3+πk*	*-π/3+2πk, ±π/3+πk*

5)$3\sin^2 x + 2sinxcosx - 5cos^2 x = 0.$

1	2	3
π/6+πk, -arctg(5/3)+ πk	*π/4+πk, -arctg(5/3)+ πk*	*π/3+πk, -arctg(5/3)+ πk*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	Вариант 2
1	*1)(2k-1)2π<x<4πk*	*2)πk<x<5π/6+πk*
2	*2)π(2k+1)*	*3)(-1)π/3- π/3+2πk*
3	*3)(-1)π/18+πk/3*	*1)π/4+πk/2, πk*
4	*3)π/4+πk, ±π/3+2πk*	*2)-π/2+2πk, ±π/3+πk*
5	*2)π/4+πk, -arctg(3/2)+ πk*	*2)π/4+πk, -arctg(5/3)+ πk*

Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения и формул сложения

Вариант 1

1.Упростите $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)\mathrm{tg}(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)+\mathrm{ctg}(\frac{3\pi}{2}-\alpha)-\mathrm{ctg}(\frac{\pi}{2}-\alpha)$

1	2	3
0	1	*-1*

2.Вычислите $\mathrm{ctg}225^0-\mathrm{ctg}675^0-\cos495^0$

1	2	3
0	1	*2+* $\sqrt{2}$

3.Верно ли тождество $\frac{sin(\pi-\alpha)}{tg(\pi-\alpha)}\frac{ctg(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cos(2\pi-\alpha)}{tg(\frac{\pi}{2}+\alpha)\sin(-\alpha)}=sin\alpha$

1	2	3
нет	*да*	*не знаю*

4.Решите уравнение $\sin^2(x-\pi)+6\cos(x-\frac{\pi}{2})\cos(x+\pi)+8\sin^2(x-\frac{3\pi}{2})=0$

1	2	3
arctg3+ πk, arctg5+ πk	*arctg2+ πk*	*arctg2+ πk, arctg4+ πk*

5.Решите уравнение $\mathrm{ctg}^2(x-\frac{\pi}{2})-\mathrm{ctg}(x-\frac{3\pi}{2})-2=0$

1	2	3
π/4+πk, -arctg4+ πk	*π/4+πk, -arctg2+ πk*	*π/2+πk, -arctg2+ πk*

Вариант 2

1.Упростите $\sin(\alpha-2\pi)\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)+\mathrm{tg}(\pi-\alpha)\mathrm{tg}(\frac{3\pi}{2}+\alpha)+\cos^2(\frac{\pi}{2}-\alpha)$

1	2	3
0	*1*	*-1*

2.Вычислите $\mathrm{ctg}375^0-\mathrm{ctg}495^0-\cos675^0+\cos225^0$

1	2	3
1	-1	*0*

3.Верно ли тождество
$\frac{sin^2(\frac{3\pi}{2}+\alpha)}{ctg^2(\alpha-2\pi)}+\frac{\sin^2(-\alpha)}{ctg^2(\alpha-\frac{3\pi}{2})}=1.$

1	2	3
да	нет	*Не знаю*

4.Решите уравнение $\sin^2(x+\pi)-10$sin(x- π)cos(x-π)+21$\sin^2(x+\frac{3\pi}{2})$=0

1	2	3
Arctg5+ πk, arctg7+ πk	*arctg3+ πk*	*arctg3+ πk, arctg7+ πk*

5.Решите уравнение $\mathrm{ctg}^2(x-\frac{3\pi}{2})$-4tg(x- π)+3=0

1	2	3
π/4+πk, arctg6+ πk	*π/4+πk*	*π/4+πk, arctg3+ πk*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	Вариант 2
1	*1)0*	*2)1*
2	*3)2+* $\sqrt{2}$	*3)0*
3	*2)да*	*1)да*
4	*3)arctg2+ πk, arctg4+ πk*	*3)arctg3+ πk, arctg7+ πk*
5	*2)π/4+πk, -arctg2+ πk*	*3)π/4+πk, arctg3+ πk*

Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул удвоенного и половинного аргументов

Вариант 1

1.Вычислите sin2α, cos2α и tg2α, если sin α= $\frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

1	2	3
sin2α=0, cos2α=1/2 и tg2α=-$\sqrt{3}$	sin2α=- $\sqrt{3}/_2$/2, cos2α=1/2 и tg2α=0	sin2α=- $\sqrt{3}/_2$/2, cos2α=1/2 и tg2α=-$\sqrt{3}$

2.Вычислите sin $\frac{\alpha}{2}$, cos $\frac{\alpha}{2}$ и tg $\frac{\alpha}{2}$, если cos α= $\frac{3}{5}$ и $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$

1	2	3
1, -2$\sqrt{5}$/5 и -1/2	$\sqrt{5}$/5, -2$\sqrt{5}$/5 и -1/2	$\sqrt{5}$/5, 0 и -1/2

3.Верно ли тождество $\frac{2sin\alpha+\sin2\alpha}{2sin\alpha-\sin2\alpha}$=ctg $^2\frac{\alpha}{2}$

1	2	3
да	*нет*	*не знаю*

4.Верно ли тождество 4sin20 ^{0}sin50 ^{0}sin70 ^{0}=sin80 ^{0}

1	2	3
да	*нет*	*не знаю*

5.Решение уравнение $\sqrt{3}$sinx+cosx=1.

1	2	3
2πk, π/3+2 πn	*πk, 2π/5+2 πn*	*2πk, 2π/3+2 πn*

<u>Вариант 2</u>

1.Вычислите sin2α, cos2α и tg2α, если cos α= $\frac{3}{5}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

1	2	3
sin2α=24/25, cos2α=1/25 и tg2α=-7/25	sin2α=24/25, cos2α=-7/25 и tg2α=-7/25	sin2α=1/25, cos2α=-7/25 и tg2α=-7/25

2.Вычислите sin $\frac{\alpha}{2}$, cos $\frac{\alpha}{2}$ и tg $\frac{\alpha}{2}$, если sin α= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

1	2	3
1/5, -2$\sqrt{5}$/5 и -1/2	$\sqrt{5}$/5, -2$\sqrt{5}$/5 и -1/2	$\sqrt{5}$/5, -2$\sqrt{5}$/5 и 0

3.Верно ли тождество $\frac{1+\sin2\alpha}{cos2\alpha}$=tg($\frac{\pi}{4}$+ α)

1	2	3
да	*нет*	*не знаю*

4.Верно ли тождество 8sin10 ^{0}sin50 ^{0}sin70 ^{0}=1

1	2	3
нет	*да*	*не знаю*

5.Решение уравнение 1-cosx=sinxsin $\frac{x}{2}$.

1	2	3
2πk	*πk*	*3πk*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	Вариант 2
1	3)sin2α=- $\sqrt{3}$/2/2, cos2α=1/2 и tg2α=-$\sqrt{3}$	2)sin2α=24/25, cos2α=-7/25 и tg2α=-7/25
2	*2)*$\sqrt{5}$/5, -2$\sqrt{5}$/5 и -1/2	*2)*$\sqrt{5}$/5, -2$\sqrt{5}$/5 и -1/2
3	*1)да*	*1)да*
4	*1)да*	*2)да*
5	*3)2πk, 2π/3+2 πn*	*1)2πk*

Нахождение производных функций

Вариант 1

1.Найдите f'(1).

f(x)=$\frac{2}{x}$-$\frac{8}{\sqrt{x}}$+$\frac{6}{\sqrt[3]{x^2}} + 2x$+6x$^2\sqrt{x}$.

1	2	3
15	0	*1*

2.Найдите f'($\sqrt{3}$).

f(x)=(x$^2 - 2)\sqrt{x^2+1}$

1	2	3
3	*9*$\sqrt{3}$/2	*2*

3. Найдите f'(2$\sqrt{2}$).

f(x)=$\frac{9x}{\sqrt{x^2+1}}$

1	2	3
1/3	1	*0*

4.Найдите f'(1).

f(x)=e^{2x}lnx^2

1	2	3
$6e^2$	$4e^2$	$2e^2$

5.Точка движется прямолинейно по закону s=2t^3-2t^2-4 (s-в метрах, t-в секундах). Найдите ускорение точки в конце 2-й секунды.

1	2	3
*20 м/*с^2	*30 м/*с^2	*40 м/*с^2

Вариант 2

1.Найдите f'(1).

f(x)=$\frac{1}{x^2}$-$\frac{4}{\sqrt{x}}$+$\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} + 3x$-2x$^2\sqrt{x}$.

1	2	3
-1	*-3*	*1*

2.Найдите f'($\sqrt{2}$).
f(x)=$(x^2+3)\sqrt{x^2-1}$

1	2	3
0	4	$7\sqrt{2}$

3. Найдите f'($\sqrt{3}$).
f(x)=$\frac{x}{1-\sqrt{x^2+1}}$

1	2	3
3	-1/2	*1/2*

4.Найдите f'(1).
f(x)=$e^{\frac{x}{2}}\ln x^2$

1	2	3
2	1	*-2*

5.Точка движется прямолинейно по закону s=2t³-3t²+4 (s-в метрах, t-в секундах). Найдите ускорение точки в конце 3-й секунды.

1	2	3
1	$\sqrt{e}$	*0*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*1)15*	*2)-3*
2	*2)*$9\sqrt{3}/2$	*3)*$7\sqrt{2}$
3	*1)1/3*	*3)1/2*
4	*3)*$2e^2$	*1)2*
5	*1)20 м/*ce^2	*2)*$\sqrt{e}$

Исследование функций и построение графиков

<u>Вариант 1</u>

1.Найдите промежутки монотонности функции y=-$\frac{1}{3}$x³+$\frac{1}{2}x^2+1$

1	2	3
убывает на -∞<x<-1 и на 1<x<+∞, возрастает на -1<x<1	*убывает на -∞<x<0 и на 2<x<+∞, возрастает на 0<x<2*	*убывает на -∞<x<0 и на 1<x<+∞, возрастает на 0<x<1*

2.Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке y=$\frac{1}{3}$x³+$\frac{1}{2}x^2-2x-\frac{1}{3}$ на отрезке -2≤x≤2.

1	2	3
наим y=y(1)=-3/2, наиб=y(-2)=3	*наим y=y(1)=-1/2, наиб=y(-2)=3*	*наим y=y(1)=0, наиб=y(-2)=3*

3.Найдите промежутки выпуклости и точки перегиба кривых:
а) y=x^3+3x ^{2};б) y= $\frac{1}{3}x^3$-4x.

1	2	3
а) выпукла вверх на -∞<x<-4, выпукла вниз на -2<x<+∞, точка перегиба (-1;2) *б) выпукла вверх на -∞<x<1, выпукла вниз на 0<x<+∞, точка перегиба (0;0)*	*а) выпукла вверх на -∞<x<-1, выпукла вниз на -1<x<+∞, точка перегиба (-1;2)* *б) выпукла вверх на -∞<x<0, выпукла вниз на 0<x<+∞, точка перегиба (0;0)*	*а) выпукла вверх на -∞<x<-2, выпукла вниз на -0<x<+∞, точка перегиба (-1;2)* *б) выпукла вверх на -∞<x<1, выпукла вниз на 0<x<+∞, точка перегиба (0;0)*

4. Дан закон прямолинейного движения точки s=$-\frac{1}{6}t^3+\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t+1$ (t-в секундах, s-в метрах). Найдите максимальную скорость движения этой точки.

1	2	3
5 м/с	*2 м/с*	*1 м/с*

Вариант 2

1.Найдите промежутки монотонности функции y=x^4-4x+4.

1	2	3
убывает на -∞<x<1 и на 1<x<+∞	*убывает на -∞<x<3 и на 3<x<+∞*	*убывает на -∞<x<5 и на 5<x<+∞*

2.Найдите наименьшее и наибольшее значения функции y=$\frac{1}{3}x^3+x^2-3x-4$ на отрезке -4≤x≤2.

1	2	3
наим y=y(1)=-17/3, наиб=y(-3)=5	*наим y=y(1)=-1/3, наиб=y(-3)=5*	*наим y=y(1)=-17/3, наиб=y(-3)=7*

3.Найдите промежутки выпуклости и точки перегиба кривых:
а) y=x^3-12x ^{2}+145;б) y= $\frac{1}{3}x^3$+x ^{2}+ $\frac{1}{3}$.

1	2	3
а) выпукла вверх на -∞<x<2, выпукла вниз на -2<x<+∞, точка перегиба (2;17) *б) выпукла вверх на -*	*а) выпукла вверх на -∞<x<4, выпукла вниз на -4<x<+∞, точка перегиба (4;17)* *б) выпукла вверх на -*	*а) выпукла вверх на -∞<x<0, выпукла вниз на -0<x<+∞, точка перегиба (0;17)* *б) выпукла вверх на -*

$\infty<x<-1$, выпукла вниз на $-1<x<+\infty$, точка перегиба (-1;1)	*$\infty<x<-1$, выпукла вниз на $-1<x<+\infty$, точка перегиба (-1;1)*	*$\infty<x<-1$, выпукла вниз на $-1<x<+\infty$, точка перегиба (-1;1)*

4. Дан закон прямолинейного движения точки $s=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+5t+3$ (t-в секундах, s-в метрах). Найдите максимальную скорость движения этой точки.

1	2	3
10 м/с	*12 м/с*	*14 м/с*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*3)убывает на $-\infty<x<0$ и на $1<x<+\infty$, возрастает на $0<x<1$*	*1)убывает на $-\infty<x<1$ и на $1<x<+\infty$*
2	*1)наим y=y(1)=-3/2, наиб=y(-2)=3*	*1)наим y=y(1)=-17/3, наиб=y(-3)=5*
3	*2)а) выпукла вверх на $-\infty<x<-1$, выпукла вниз на $-1<x<+\infty$, точка перегиба (-1;2) б) выпукла вверх на $-\infty<x<0$, выпукла вниз на $0<x<+\infty$, точка перегиба (0;0)*	*2)а) выпукла вверх на $-\infty<x<4$, выпукла вниз на $-4<x<+\infty$, точка перегиба (4;17) б) выпукла вверх на $-\infty<x<-1$, выпукла вниз на $-1<x<+\infty$, точка перегиба (-1;1)*
4	*3)1 м/с*	*3)14 м/с*

Геометрические и физические приложения неопределённого интеграла. Нахождение неопределённого интеграла

<u>Вариант 1</u>

Найдите интегралы

1.$\int \frac{x^2+x\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}dx$

1	2	3
$2x^{3/2}/3+6x^{5/6}+ln(x)+C$	$5x^{3/2}/3+6x^{5/6}+ln(x)+C$	$2x^{3/2}/3+7x^{5/6}+ln(x)+C$

2.$\int \left(\frac{2}{\sqrt{9-4x^2}}+\frac{1}{e^x}\right)dx$

1	2	3
arcsin(x/3)-e^{-x}+C	*arcsin(2x/7)-e^{-x}+C*	*arcsin(2x/3)-e^{-x}+C*

3.$\int \frac{dx}{sinxcosx}$

1	2	3
$lg\|ctgx\|+C$	$lg\|tgx\|+C$	$2lg\|tgx\|+C$

4. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку (-2;8), если угловой коэффициент касательной в любой точке касания равен 2x-4.

1	2	3
$y=3x^2-4x-4$	*$y=x^2-4x-4$*	*$y=x^2-5x-4$*

5. Скорость прямолинейного движения точки $v=3t^2+6t-4$. Найдите закон движения точки, если за время t=2 с она прошла путь 8 м.

1	2	3
$s=2t^3+6t^2-4t-4$	*$s=t^3+3t^2-4t-4$*	*$s=3t^3+5t^2-4t-4$*

<u>Вариант 2</u>

1.$\int \frac{-x^{-1/2}-\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}dx$

1	2	3
$ln(x)-6x^{1/6}+5/x+C$	*$ln(x)-7x^{1/6}+1/x+C$*	*$ln(x)-6x^{1/6}+1/x+C$*

2.$\int \left(\frac{1}{\sqrt{3-x^2}}+\frac{1}{e^x}\right)dx$

1	2	3
$arcsin(x/\sqrt{5})+e^{-x}+C$	*$arcsin(x/\sqrt{3})+e^{-2x}+C$*	*$arcsin(x/\sqrt{3})+e^{-x}+C$*

3.$\int (4sin^2xcosx-cosx)dx$

1	2	3
$(1/3)sin^3x-3sinx+C$	*$(4/3)sin^3x-sinx+C$*	*$(7/3)sin^3x-sinx+C$*

4. Найдите уравнение кривой, проходящей через точку А $(\frac{\pi}{3};\frac{1}{2})$, если угловой коэффициент касательной к кривой в каждой ее точке равен sinx.

1	2	3
$y=-cosx+3$	*$y=cosx+1$*	*$y=-cosx+1$*

5.Точка движется прямолинейно с ускорением a=6t+6. Найдите закон движения точки, если s=0 в момент времени t=0, а в момент времени t=3 с скорость v=40 м/с.

1	2	3
$s=t^3+3t^2-5t$	*$s=3t^3+3t^2-5t$*	*$s=4t^3+3t^2-5t$*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*1)$2x^{3/2}/3+6x^{5/6}+ln(x)+C$*	*3)$ln(x)-6x^{1/6}+1/x+C$*
2	*3)$arcsin(2x/3)-e^{-x}+$*	*3)$arcsin(x/\sqrt{3})+e^{-x}+C$*
3	*2)$lg\|tgx\|+C$*	*4)$(4/3)sin^3x-sinx+C$*

4	*2)y=x²-4x-4*	*3)y=-cosx+1*
5	*2)s=t³+3t²-4t-4*	*1)s=t³+3t²-5t*

Вычисление определённого интеграла. Вычисление площадей плоских фигур

Вариант 1

Вычислите интегралы.

1.$\int_0^2 \frac{4xdx}{\sqrt{1+2x^2}}$

1	2	3
2	*4*	*3*

2.$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3dx}{2cos^2\frac{x}{2}}$

1	2	3
3	*3*-$\sqrt{3}$	*1*

3.$\int_{\sqrt{3}}^{3} \frac{dx}{3+x}$

1	2	3
$\pi\sqrt{3}/36$	$\pi\sqrt{3}/16$	$\pi\sqrt{3}/26$

Найдите площади фигур, ограниченных линиями:

4.$y=-x^2+x+6$ и $y=0$

1	2	3
125/6	34	*21*

5.$y=x^2-8x+18$, $y=-2x+18$

1	2	3
12	*36*	*22*

Вариант 2

Вычислите интегралы.

1.$\int_0^8 \left(\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}\right)dx$

1	2	3
100/3	30	*20*

2.$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cosxdx}{\sqrt{2sinx+1}}$

1	2	3
$\sqrt{3}$-4	$\sqrt{3}$-1	$\sqrt{3}$+2

3.$\int_{1/3}^{\sqrt{3}/3} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$

1	2	3
π/8	4	*π/18*

Найдите площади фигур, ограниченных линиями:
4.$y=-x^2+2x+3$ и $y=0$

1	2	3
10	14	*32/3*

5.$y=-x^2+10x-16$, $y=x+2$

1	2	3
8	6	*4,5*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*2)4*	*1)100/3*
2	*2)3-$\sqrt{3}$*	2)$\sqrt{3}$-1
3	*1)$\pi\sqrt{3}/36$*	*3)π/18*
4	*1)125/6*	*3)32/3*
5	*2)36*	*3)4,5*

Векторы в пространстве

<u>Вариант 1</u>

1.Вектор $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ задан координатами своих концов: A(2;4;-3) и B(6;-3:1). Вычислите его длину и косинусы углов, которые образует вектор с базисными векторами.

1	2	3
9, cosα=4/9,cosβ=-7/9, cosδ=4/9	*3, cosα=4/9,cosβ=-7/9, cosδ=4/9*	*15, cosα=4/9,cosβ=-7/9, cosδ=4/9*

2.Даны векторы $\vec{a}$=(2;-4;5) и $\vec{b}$=(4;-4;5). Вычислите косинус угла между ними.

1	2	3
$5\sqrt{10}/10$	$3\sqrt{10}/10$	$6\sqrt{10}/10$

3. Найдите векторное произведение векторов $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

1	2	3
$5\vec{i}+5\vec{j}-10\overrightarrow{k},$	$\vec{i}+5\vec{j}-10\overrightarrow{k},$	$15\vec{i}+5\vec{j}-\overrightarrow{k},$

Вариант 2

1.Дан треугольник с вершинами А(-2;-4;0), В(-2;-1;4) и С (-2;3;1). Вычислите его внутренний угол при вершине А.

1	2	3
34	*45*	*35*

2.Даны три вектора: $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}-4\overrightarrow{k},\ \vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$ и $\vec{c}=\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$. Вычислите проекцию вектора на вектор $\vec{b}$+$\vec{c}$ на вектор $\vec{a}$.

1	2	3
19/13	1	*1,45*

3. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=3\vec{i}+5\vec{j}+4\overrightarrow{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$

1	2	3
6	9	*5* $\sqrt{3}$=8,66

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*1)9, cosα=4/9,cosβ=-7/9, cosδ=4/9*	*2)45*
2	*2)3*$\sqrt{10}$/10	*1)19/13*
3	*1)*$5\vec{i}+5\vec{j}-10\overrightarrow{k},$	*3)5* $\sqrt{3}$=8,66

Прямые и плоскости в пространстве

Вариант 1.

1.Из центра круга, описанного около прямоугольного треугольника с острым углом 30^0, восстановлен к его плоскости перпендикуляр, длина которого равна 6 см. Конец перпендикуляра, лежащий вне плоскости треугольника, удален от большего катета на 10 см. Вычислите гипотенузу треугольника.

1	2	3
32	30	*20*

2.Два равнобедренных треугольника АВС и АСД имеют общее основание АС, двугранный угол АС равен 60^0, а угол, образованный стороной ВС с плоскостью АДС, равен 45^0. Сторона ВС равна 6 см. Вычислите площадь треугольника АВС.

1	2	3
10	12	$12\sqrt{2}$

Вариант 2.

1.На плоскости дан прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 12 см. В пространстве дана точка, удаленная от каждой вершины треугольника на 10 см. Вычислите расстояние данной точки от плоскости.

1	2	3
2	*8*	*6*

2.Основаине АС равнобедренного треугольника АВС лежит в плоскости α, а вершина В удалена от плоскости она 3 см. Вычислите площадь треугольника АВС, если АС=18 см и плоскость треугольника АВС наклонена к плоскости αпод углом 45^0.

1	2	3
50	34	*54*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*1)32*	*2)8*
2	*3)*$12\sqrt{2}$	*3)54*

Многогранники

Вариант 1.

1.Основание прямого параллелепипеда – параллелограмм со сторонами 3 и 5 см, а угол между ними равен 60^0; площадь большего диагонального сечения равна 63 см². Вычислите площадь полной поверхности параллелепипеда.

1	2	3
180	$144+15\sqrt{3}$=170	*190*

2.В правильной усеченной четырехугольной пирамиде площади оснований равны 25 и 9 см², а боковое ребро образует с плоскостью нижнего основания угол 45^0. Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды.

1	2	3
$16\sqrt{3}$	$18\sqrt{3}$	$10\sqrt{3}$

Вариант 2.

1.Основание прямой прямой призмы – равнобедренная трапеция, основания которой 11 и 21 см, а боковая сторона 13 см; площадь диагонального сечения равна 180 см². Вычислите площадь полной поверхности призмы.

1	2	3
780	860	*906*

2.Основание пирамиды – треугольник со сторонами, равными 6,10 и 14 см. Каждый двугранный угол при основании равен 30^0. Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды.

1	2	3
20	*30*	*40*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*2)144+15* $\sqrt{3}$=170	*3)906*
2	*1)16* $\sqrt{3}$	*2)30*

Тела и поверхности вращения

Вариант 1.

1.В конус вписан равносторонний цилиндр. Найдите высоту цилиндра, если высота конуса равна H и угол при вершине осевого сечения равен α.

1	2	3
$5h/2ctg(\alpha/2)$	$2h/2ctg(\alpha/2)$	$3h/2ctg(\alpha/2)$

2.Вокруг шара описана прямая призма, основание которой – ромб с диагоналями 6 и 8 см. Вычислите площадь полной поверхности призмы.

1	2	3
144	130	*100*

Вариант 2

1.Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его высоте, - квадрат. Секущая плоскость отстоит от оси цилиндра на расстояние d и отсекает от окружности основания дугу α. Вычислите площадь сечения.

1	2	3
$d^2tg^2(\alpha/2)$	$2d^2tg^2(\alpha/2)$	$4d^2tg^2(\alpha/2)$

2.Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна a, а двугранный угол при основании равен α. Вычислите радиус вписанного в нее шара.

1	2	3

$atg(\alpha/2)/cos\alpha$	$2atg(\alpha/2)/cos\alpha$	$3atg(\alpha/2)/cos\alpha$

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	Вариант 2
1	2)$2h/2ctg(\alpha/2)$	3)$4d^2tg^2(\alpha/2)$
2	1)144	1)$atg(\alpha/2)/cos\alpha$

Объёмы и площади поверхностей геометрических тел

Вариант 1

1.В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 6 см, противолежащий ему угол равен 60^0, а каждое боковое ребро равно 4 см. Вычислите объём пирамиды.

1	2	3
$2\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$

2. Прямоугольник, площадь которого равна S, вращается вокруг оси, проходящей через его вершину параллельно диагонали. Вычислите площадь поверхности фигуры вращения, если угол между диагоналями равен α.

1	2	3
$\pi a^3sin^2\alpha/6cos\alpha$	$3\pi a^3sin^2\alpha/6cos\alpha$	$5\pi a^3sin^2\alpha/6cos\alpha$

3.В конусе образующая равна 1 и составляет с высотой конуса угол α. Вычислите площадь поверхности описанной сферы.

1	2	3
$5\pi/2$	$3\pi/2$	$\pi/2$

Вариант 2.

1.Основанием прямого параллелепипеда является параллелограмм, одна из диагоналей которого равна 17 см, а стороны равны 9 и 10 см. Площадь полной поверхности параллелепипеда составляет 334 см². Вычислите его объём.

1	2	3
260	360	300

2.Ромб со стороной a и острым углом α вращается вокруг прямой, проведенной через вершину острого угла перпендикулярно его стороне. Вычислите площадь поверхности фигуры вращения.

1	2	3
$\pi a^3sin\alpha cos^2(\alpha/2)$	$2\pi a^3sin\alpha cos^2(\alpha/2)$	$3\pi a^3sin\alpha cos^2(\alpha/2)$

3.В конусе образующая равна 1 и составляет с высотой конуса угол α. Вычислите площадь поверхности вписанной сферы.

1	2	3
$16\pi/15$	$\pi/15$	$14\pi/15$

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	Вариант 2
1	*2)4* $\sqrt{3}$	*2)360*
2	*1)*$\pi a^3 \sin^2\alpha / 6\cos\alpha$	*2)*$2\pi a^3 \sin\alpha \cos^2(\alpha/2)$
3	*3)*$\pi/2$	*1)*$16\pi/15$

Решение практических задач с применением элементов комбинаторики

Вариант 1

1.Верно ли тождество $C_n^9 + C_n^8 = C_{n+1}^9$

1	2	3
нет	*да*	*не знаю*

2.Решите уравнение $\frac{n!}{(n-5)!} = \frac{20n!}{n-3}$

1	2	3
8	4	*6*

3.Решите уравнение $5C_{2n}^{n-1} = 8C_{2n-1}^{n}$

1	2	3
1	2	*4*

Вариант 2

1.Верно ли тождество $C_{n+3}^5 + C_{n+3}^4 = C_{n+4}^5$

1	2	3
нет	*да*	*не знаю*

2.Решите уравнение $\frac{(2n)!}{(2n-3)!} = \frac{40n!}{(n-1)!}$

1	2	3
2	*3*	*6*

3.Решите уравнение $7C_{2n-2}^{n-2} = 3C_{2n-1}^{n-1}$

1	2	3
4	5	*6*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	Вариант 2
1	*2)да*	*2)да*
2	*1)8*	*2)3*
3	*3)4*	*1)4*

Элементы теории вероятностей и математической статистики

Вариант 1

1.В урне находятся 4 белых, 7 черных, 5 синих шаров. Найти вероятность того, что вынутый шар окажется: 1) белым; 2) черным или синим.

1	2	3

а) 0,2,б)0,86	*а) 0,25,б)0,75*	*а) 0,5,б)0,7*

2. Талоны, свернутые в трубочку, занумерованы всеми двузначными числами. Наудачу берут один талон. Какова вероятность того, что номер взятого талона состоит из одинаковых цифр?

1	2	3
0,1	*0,5*	*0,4*

3.В ящике находятся детали, из которых 12 изготовлены на первом станке, 20 – на втором и 16 на третьем. Вероятность того, что детали, изготовленные на первом, втором и третьем станках.

1	2	3
0,8	*0,758*	*0,9*

Вариант 2.

1.В урне находятся 6 белых, 5 черных, 7 синих шаров. Найти вероятность того, что вынутый шар окажется: 1) черным; 2) белым или синим.

1	2	3
а)5/18, б)15/18	*а)8/18, б)13/18*	*а)5/18, б)13/18*

2.В урне 12 шаров. Среди этих шаров 3 белых и 9 черных. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым?

1	2	3
0,25	0,35	*0,55*

3.На двух поточных линиях производятся одинаковые изделия, которые поступают в ОТК. Производительность первой поточной линии вдвое больше производительности второй. Первая поточная линия в среднем производит 70% изделий первого сорта, а вторая- 90%. Наудачу взятое ОТК на проверку изделие оказалось первого сорта. Найдите вероятность того, что это изделие произведено на первой поточной линии.

1	2	3
0,609	0,8	*0,9*

ОТВЕТЫ

	Вариант 1	**Вариант 2**
1	*2)а) 0,25,б)0,75*	*3)а)5/18, б)13/18*
2	*1)0,1*	*1)0,25*
3	*2)0,758*	*1)0,609*

4. КРИТЕРИИ ПО ВЫСТАВЛЕНИЮ БАЛЛОВ

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических заданий производится в соответствии с универсальной шкалой:

Процент результативности	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Отметка	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Критерии оценки:
- 90 ÷ 100% (5 баллов) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил задание теста, дал правильные ответы практически на все вопросы;
- 80 ÷ 89% (4 балла) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил задание теста, дал правильные ответы на половину вопросов;
- 70 ÷ 79 % (3 балла) присваивается обучающемуся, если он полностью выполнил задание теста, дал правильные ответы на основные вопросы;
- менее 70% (2 балла) присваивается обучающемуся, если он не полностью выполнил задание теста, не смог дать правильные ответы на некоторые вопросы.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине

Математика

для специальности 09.02.05 «Прикладная информатика (по отраслям)»

Форма обучения: очная

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В учебном процессе образовательной организации, реализующей ППССЗ по специальности СПО, выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская работа обучающихся, выполняемая вне занятий по заданию и при управлении преподавателем, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;
- формирования общих и профессиональных компетенций;
- развития исследовательских умений.

Методические рекомендации по выполнению внеаудиторных самостоятельных работ по дисциплине «Математика» раскрывают у обучающихся формирование системы знаний, практических умений и объяснения уровня образованности и уровня подготовки обучающихся по специальности 23.02.03 Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта (по отраслям).

Изучение программного материала должно способствовать формированию у обучающихся знаний и навыков, необходимых для профессиональной деятельности.

Место дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена (далее – ППССЗ): дисциплина входит в общеобразовательный цикл ППССЗ.

Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение обучающимися следующих результатов:

личностных:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и

интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

– владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Критерии оценки результатов самостоятельной работы

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся являются:

– уровень освоения учебного материала;
– уровень умения использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
– уровень умения активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
– обоснованность и четкость изложения материала;
– оформление материала в соответствии с требованиями стандарта предприятия;
– уровень умения ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
– уровень умения четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
– уровень умения определить, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
– уровень умения сформулировать собственную позицию, оценку и аргументировать ее.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ СРО

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	*Объем часов*	
	1 семестр	*2 семестр*
Максимальная учебная нагрузка (всего)	***144***	***207***
Обязательная аудиторная учебная нагрузка	***98***	***136***
в том числе:		
практические занятия	*20*	*30*
Самостоятельная работа обучающегося	***44***	***65***
Консультации	***4***	***4***
Итоговая аттестация	*экзамен*	*экзамен*

2.2. Тематический план и содержание внеаудиторной СРО

Наименование разделов, тем	Вид внеаудиторной самостоятельной работы	Количество часов
Раздел 1. Алгебра		**43**
Тема 1.1. Развитие понятия о числе	Самостоятельная работа Подготовка выступлений по теме «Математика и НТП» Выполнение домашних заданий на приближённые вычисления и решение прикладных задач	4
Тема 1.2. Уравнения, неравенства, системы	Решение текстовых задач на составление уравнений и систем уравнений	8
Тема 1.3. Корни, степени, логарифмы	Решение прикладных задач	6
Тема 1.4. Функции, их свойства и графики	Выполнение домашних заданий на применение свойств функций и построение графиков с помощью преобразований	10
Тема 1.5. Степенные, показательные и логарифмические функции	Графическое решение уравнений и неравенств	7
Тема 1.6. Тригонометрические функции	Выполнение домашних заданий на применение свойств тригонометрических функций	8
Раздел 2. Начала математического анализа		**19**
Тема 2.1. Производная и её приложения	Решение прикладных задач	10
Тема 2.2. Интеграл и его приложения	Решение прикладных задач	9
Раздел 3. Геометрия		**38**
Тема 3.1. Координаты и	Использование координат и векторов	5

векторы	при решении математических и прикладных задач	
Тема 3.2. Прямые и плоскости в пространстве	Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве	11
Тема 3.3. Многогранники	Правильные и полуправильные многогранники. Конические сечения и их применение в технике	9
Тема 3.4. Тела и поверхности вращения	Вписанные и описанные многогранники	5
Тема 3.5. Объёмы и площади поверхностей геометрических тел	Изготовление моделей многогранников и тел вращения. Выполнение измерений и вычислений их объёмов и площадей поверхностей	8
Раздел 4. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей		**9**
Тема 4.1. Элементы комбинаторики	Решение задач на перебор вариантов	3
Тема 4.2. Элементы теории вероятностей и математической статистики	Понятие о законе больших чисел. Решение практических задач с применением вероятностных методов	6

3. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СРО

Основные источники:

1. Кытманов, А.М. Математика. Адаптационный курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.М. Кытманов, Е.К. Лейнартас, С.Г. Мысливец. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/4866

Дополнительные источники:

1. Шипачев, В.С. Начала высшей математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 384 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/5713

4.ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВНЕАУДИТОРНОЙ СРО

Перечень примерных тем для подготовки сообщения

1.Математика и НТП

Самостоятельное решение домашнего задания по темам: «Развитие понятия о числе», «Уравнения, неравенства, системы», «Корни, степени, логарифмы», «Функции, их свойства и графики», «Степенные, показательные и логарифмические функции», «Тригонометрические функции», «Производная и её приложения», «Интеграл и его приложения», «Координаты и векторы», «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела и поверхности вращения», «Объёмы и площади поверхностей геометрических тел», «Элементы комбинаторики», «Элементы теории вероятностей и математической статистики».